

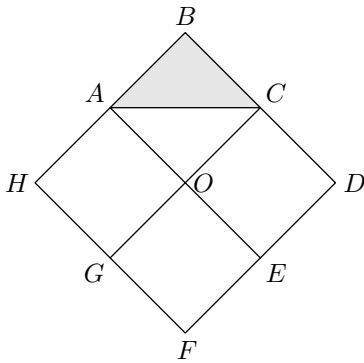
Seconde/Des vecteurs en plus

1. Autour des vecteurs :

Exercice 866



$ABCO$, $CDEO$, $EFGO$ et $GHAO$ sont des carrés représentés ci-après. $BDFH$ est un carré de centre O .



- Quelle est l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe (GC) ?
 - Quelle est l'image du triangle ABC par la rotation de centre O , d'angle 90° qui amène E en C ?
- En utilisant des transformations dont on précisera les éléments caractéristiques (*centre de symétrie, axe de symétrie, ...*), recopier et compléter les phrases suivantes sans justifier la réponse.
 - le triangle GFE est l'image du triangle ABC par ...

- Le triangle OCD est l'image du triangle ABC par ...

Exercice 942



Pour chaque ligne du tableau suivant, trois réponses sont proposées, désignées par les numéros **1.**, **2.**, **3.**. Une seule est exacte.

Ecrire dans la colonne de droite le numéro correspondant à la bonne réponse.

Toutes les questions sont indépendantes.

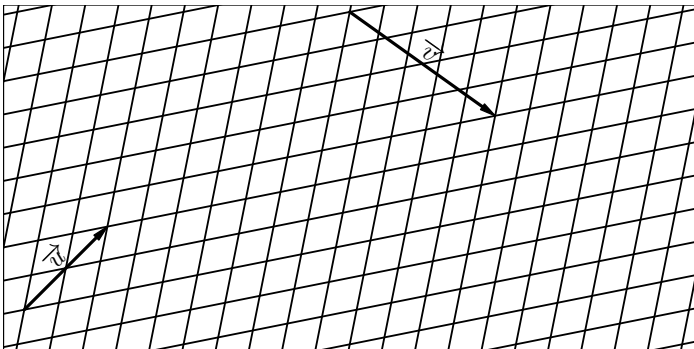
	Réponse 1.	Réponse 2.	Réponse 3.
A. Si $A(5;1)$ et $B(2;3)$, alors \overrightarrow{AB} a pour coordonnées :	$(3; -4)$	$(7; 2)$	$(-3; 2)$
B. Si $A(5; -1)$ et $B(2; 3)$ dans un repère orthonormal, alors AB est égal à :	5	1	7
C. Si D est l'image de E par la translation de vecteur \overrightarrow{MN} , alors :	$\overrightarrow{MN} \stackrel{=}{=} \overrightarrow{DE}$	$\overrightarrow{ED} \stackrel{=}{=} \overrightarrow{MN}$	$\overrightarrow{ED} \stackrel{=}{=} \overrightarrow{NM}$
D. Si $RSTU$ est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU}$ est égal à :	\overrightarrow{TR}	\overrightarrow{SU}	\overrightarrow{RT}

2. Repères non-orthogonaux :

Exercice 2077



On considère, dans le plan, les deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} ci-dessous :



- Tracer dans le quadrillage un représentant \vec{w} de la somme $\vec{u} + \vec{v}$.

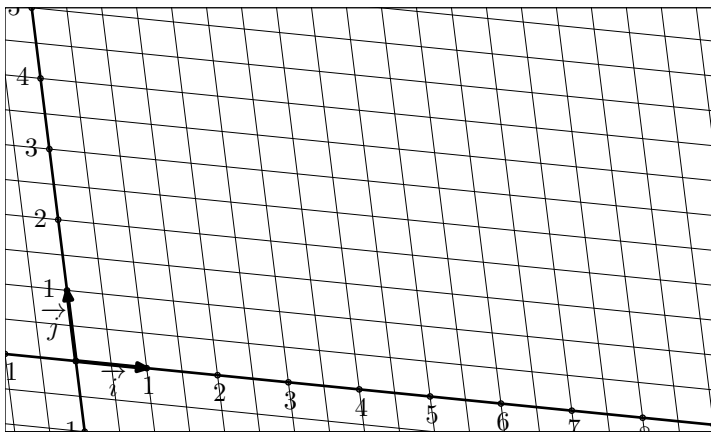
- Tracer dans le quadrillage un représentant \vec{y} de la différence $\vec{u} - \vec{v}$.

- Tracer dans le quadrillage un représentant \vec{z} de la combinaison linéaire suivante : $2\vec{u} + 3\vec{v}$.

Exercice 497



On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque représenté ci-dessous :



- Tracer un représentant de chacun des deux vecteurs :
 $\vec{u}(5;2)$; $\vec{v}(-3;-2)$
- a. Tracer un représentant du vecteur \vec{w} définie par :
 $w = u + v$
- b. Graphiquement, déterminer les coordonnées du vecteur \vec{w} .
- c. Comparer les coordonnées du vecteur \vec{w} relativement à celles des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

3. Un peu plus loin dans la géométrie analytique :

Exercice 512

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère du plan. Montrer que les deux vecteurs définies ci-dessous sont colinéaires :

$$\vec{u} = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \cdot \vec{i} + (1 - \sqrt{10}) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{v} = (5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}) \cdot \vec{i} + (\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \cdot \vec{j}$$

Exercice 951

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. L'unité de longueur est le centimètre.

- a. Placer le point $A(5;3)$.
 b. Par lecture graphique, donner les coordonnées de \vec{IA}
 c. En déduire la distance IA .
- On considère le point $B(-1; \sqrt{21})$.
 a. Prouver que A et B sont sur le cercle de centre I et de rayon 5.
 b. Tracer ce cercle et placer le point B .
- a. Placer le point C , symétrique de A par rapport à I .
 b. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B .

Exercice 504

On considère le plan muni de la base $(\vec{i}; \vec{j})$ de vecteurs.

- Montrer que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} , définis ci-dessous, sont colinéaires :

$$\vec{u} = (1 - 2\sqrt{3}) \cdot \vec{i} + (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot \vec{j}$$

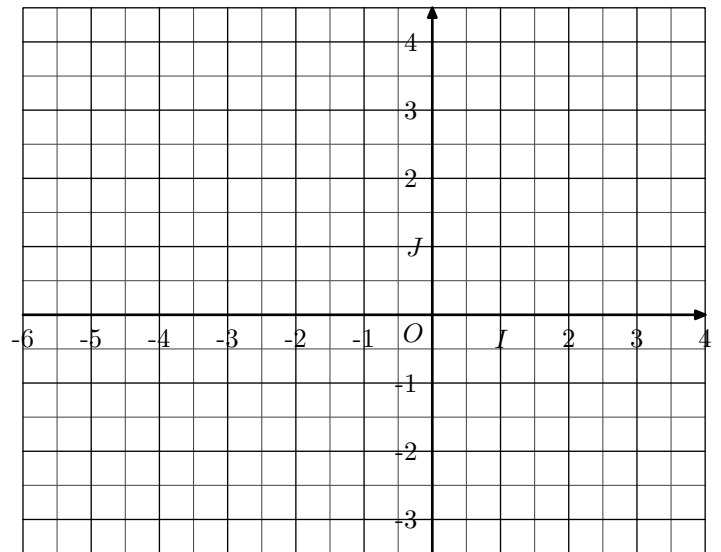
$$\vec{v} = (6 - \sqrt{3}) \cdot \vec{i} - (3 + \sqrt{6}) \cdot \vec{j}$$
- Soit x et y deux nombres réels. Déterminer la valeur de x et de y de sorte que les vecteurs \vec{w} et \vec{t} soient colinéaires :

$$\vec{w} = (x + y\sqrt{2}) \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$$

$$\vec{t} = (2\sqrt{2} - 1) \cdot \vec{i} - 2 \cdot \vec{j}$$

Exercice 2107

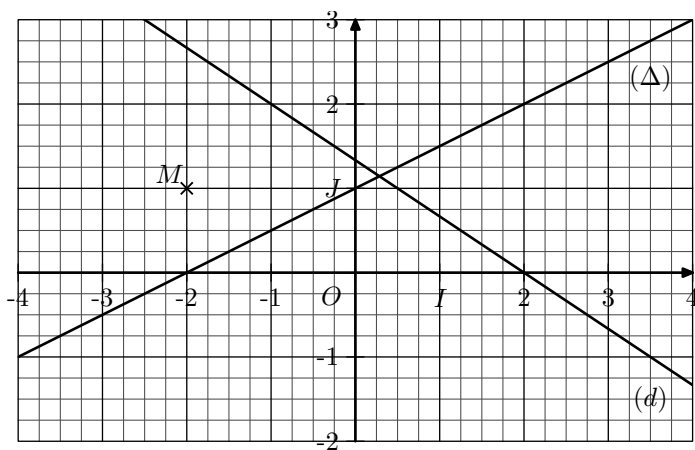
On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$:



- Placer les trois points A, B, C dans le repère ci-dessous :
 $A(3; -3)$; $B(-4;3)$; $C(-5;-1)$
- Déterminer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.
- a. Déterminer les longueurs AB et MC
 b. Etablir que le triangle ABC est rectangle en C .
- On note N le point d'intersection de l'axe des ordonnées avec la droite parallèle à (CM) passant par le point B .
 a. Placer le point N dans le repère.
 b. Déterminer les coordonnées du point N .

Exercice 2902

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère la droite (d) représentée ci-dessous et le point M de coordonnée $(-2; 1)$:



- Déterminer l'équation réduite de la droite (d) .
- Tracer un représentant du vecteur $\vec{u}(2; 1)$.
 - Déterminer les coordonnées du point P appartenant à la droite (d) tel que les vecteurs \vec{MP} et \vec{u} soient colinéaires.
- Soit N le point de coordonnées $(-\frac{13}{10}; \frac{1}{5})$. Soit x un nombre réel, on considère les deux points R et S appartenant respectivement aux droites (d) et (Δ) ayant chacun pour abscisse la valeur x
 - On admet que l'équation réduite de la droite (Δ) est : $y = \frac{1}{2} \cdot x + 1$
Exprimer en fonction de x les coordonnées des deux vecteurs \vec{MR} et \vec{NS}
On souhaite déterminer une valeur de x pour laquelle les vecteurs \vec{MR} et \vec{NS} sont colinéaires.
Supposons désormais que x vérifie cette contrainte :

b. Justifier que x vérifie la condition suivante :

$$\left(x + \frac{13}{10}\right) \left(-\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right) = (x + 2) \left(\frac{1}{2}x + \frac{4}{5}\right)$$

c. Résoudre l'équation suivante :

$$(1 - 2x)(10x + 13) = (x + 2)(15x + 24)$$

d. En déduire les coordonnées des points R et S .

Exercice 915



- Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ dont l'unité est le centimètre, placer les trois points suivants :
 $A(6; 0)$; $L(0; 8)$; $K(4; 10)$
- Calculer la longueur AL .
- On donne : $AK = \sqrt{104}$ et $LK = \sqrt{20}$.
Démontrer que le triangle AKL n'est pas rectangle en L .
- Construire le point L' , symétrique de L par rapport à la hauteur issue de A du triangle AKL .
 - En déduire la longueur AL' .
 - Déterminer approximativement (par lecture graphique) les coordonnées de L' .
- On admet que, si x est l'abscisse d'un point M de la droite (LK) alors l'ordonnée de M est $\frac{1}{2}x + 8$:
 - Etablir l'égalité ci-dessous :
 $AM^2 = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 100$
 - En déduire les valeurs de x pour lesquelles, on a :
 $AM = 10$.
 - Quelles sont alors les coordonnées exactes de L' .

4. Autour du centre de gravité d'un triangle :

Exercice 513



Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque, on considère les trois points suivants définis par leurs coordonnées :

$$A(5; -2) ; B(-3; -1) ; C(-5; 3)$$

- Déterminer les coordonnées du point M vérifiant la relation suivante : $7 \cdot \vec{BM} = \frac{7}{3} \cdot \vec{CM}$
 - Placer le point M dans le repère. Vérifier graphiquement que les trois points B, C et M sont alignés.
- Déterminer les coordonnées du point G vérifiant la relation vectorielle : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$
 - Placer le point G dans le repère.
 - Tracer les trois médianes du triangle ABC . Que remarque-t-on ?



Exercice 2895



- Dans le plan, placer trois points A, B, C non-alignés et le point I milieu du segment $[AB]$.
- Placer le point M tel que : $\vec{AM} = 2 \cdot \vec{MC}$.
 - Placer le point N tel que : $\vec{CN} = \vec{CA} + \vec{CB}$
- Placer le point G centre de gravité du triangle ABC .

- b. En utilisant la position du point G sur la médiane $[CI]$, établir l'égalité suivante :

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$

4. On munit le plan du repère $(A; \vec{AB}; \vec{AC})$ quelconque.

- a. Donner, sans justification, les coordonnées des points A, B, C, I, M et N .

- b. En utilisant l'égalité vectorielle : $\vec{IC} = \vec{AC} - \vec{AI}$ démontrer que le point G a pour coordonnées :

$$G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

5. Repères choisis :

Exercice 2896



Dans le plan, on considère un parallélogramme $ABCD$ et les deux points E et F définis par les relations :

$$\vec{AE} = \frac{5}{3} \cdot \vec{AD} \quad ; \quad \vec{AF} = \frac{5}{2} \cdot \vec{AB}$$

1. Tracer une représentation de cette configuration.

2. On munit le plan du repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$.

- a. Donner, sans justification, les coordonnées des points F, C et E .

- b. Démontrer que les points E, C et F sont alignés.

Exercice 502



On considère un trapèze $ABCD$ vérifiant l'égalité vectorielle :

$$\vec{DC} = \frac{1}{3} \vec{AB}$$

On note I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$. Les droites (AC) et (BD) se coupent en M et les droites (AD) et (BC) se coupent en N .

1. a. Tracer une représentation de cette configuration.

- b. Emettre une conjecture quant à la position relative des points I, J, M, N ?

On munit le plan du repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$ quelconque :

2. Déterminer les coordonnées des points :
 $A ; B ; D ; I ; C ; J$

3. a. A quel axe appartient le point N ? En déduire l'abscisse du point N .

- b. On note α l'unique nombre réel positif réalisant l'égalité :

$$DN = \alpha \cdot DA$$

A l'aide du théorème de Thalès, déterminer la valeur de α .

- c. En déduire les coordonnées du point N .

4. a. Démontrer que : $AM = \frac{3}{4} \cdot AC$.

- b. En déduire les coordonnées du point M .

5. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{NJ}, \vec{NI} et \vec{NM} .

- b. Confirmer la conjecture faite à la question 1. b. .

6. Manipulations algébriques :

Exercice 2047



Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs. Simplifier chacune des sommes vectorielles suivantes :

a. $3\vec{u} - 2\vec{v} + 2\vec{u} - \vec{v}$

b. $2 \cdot (\vec{u} + \vec{v}) - \vec{u}$

d. $-(\vec{u} + \vec{v}) + 2 \cdot (\vec{u} - \vec{v})$

e. $\frac{2}{3} \cdot (2 \cdot \vec{u} - \frac{3}{2} \cdot \vec{v}) - \frac{1}{6} \vec{u}$

Exercice 2947



Soit A, B, C trois points du plans non-alignés :

1. Simplifier, si possible, les expressions suivantes :

a. $2 \cdot \vec{AB} - \vec{BA}$

b. $3 \cdot \vec{AB} - 3 \cdot \vec{CB}$

c. $3 \vec{AB} - \vec{CB} + 2 \vec{AB} + \vec{BC}$

d. $2 \cdot \vec{AB} + 3 \vec{CB}$

2. Dans chaque question, déterminer la valeur du réel k vérifiant l'égalité :

a. $2 \cdot \vec{AB} + 2 \cdot \vec{BC} + \vec{AC} = k \cdot \vec{AC}$

b. $\vec{AB} + 2 \cdot \vec{AC} + 4 \vec{BC} = k \cdot (\vec{AC} + \vec{BC})$

c. $3 \cdot \vec{AB} - \vec{CB} + \vec{CA} = k \cdot \vec{AB}$

d. $3 \vec{AB} - \vec{BC} + \vec{AC} + 2 \cdot \vec{BA} = k \cdot \vec{AB}$

Exercice 505



On considère un parallélogramme quelconque $ABCD$. On note I, J, K, L les milieux respectifs des segments $[AD], [AB], [BC]$ et $[CD]$.

Etablir les deux relations suivantes :

a. $\vec{IJ} + \vec{IL} = \vec{DC}$

b. $2 \cdot \vec{AJ} + \vec{BD} + \vec{JB} = \vec{JC}$

Exercice 2056



1. Placer deux points A et B dans le plan.

2. On considère le point M définie par la relation
 $2 \cdot \vec{AM} - 3 \cdot \vec{MB} = \vec{0}$

- a. Donner une expression du vecteur \vec{AM} en fonction du vecteur \vec{AB} .

- b. Placer le point M dans le plan.

Exercice 510



Soit A, B, C et D quatre points du plan vérifiant la relation :

$$\vec{AC} - 3 \cdot \vec{BD} + 2 \cdot \vec{BC} = \vec{0}$$


Montrer que les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont colinéaires.

Exercice 2055 

Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation :

$$-\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{5}{2} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

1. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires.
2. Que peut-on dire des points A, B, C ?

Exercice 2903 

Soit A, B, C trois points du plan.

1. Montrer que le vecteur \vec{u} défini ci-dessous est colinéaire au vecteur \overrightarrow{AC} par :

$$\vec{u} = 3 \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{BC} - \frac{5}{3} \cdot \overrightarrow{CA} + \frac{7}{3} \cdot \overrightarrow{BA}$$

2. Exprimer le vecteur \vec{v} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} :

$$\vec{v} = \frac{5}{6} \cdot \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{CA}$$

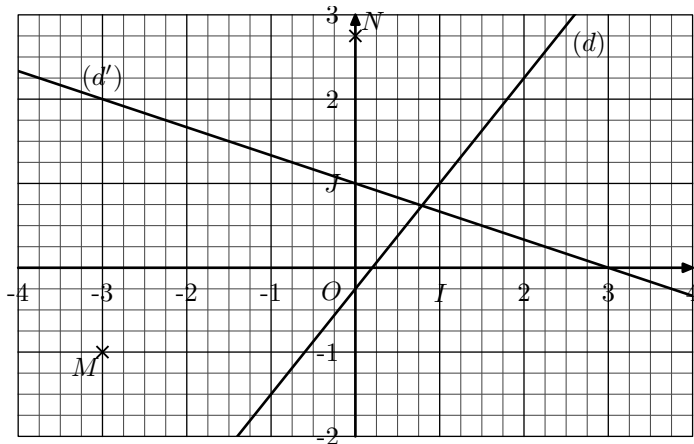
3. Montrer que les deux vecteurs \vec{r} et \vec{s} sont égaux :

$$\vec{r} = 5 \cdot \overrightarrow{AC} - 2 \cdot \overrightarrow{BC} \quad ; \quad \vec{s} = 2 \cdot \overrightarrow{AB} + 3 \cdot \overrightarrow{AC}$$

255. Exercices non-classés :

Exercice 2918 

Dans le plan muni du repère $(O; I; J)$, on considère les droites (d) et (d') ci-dessous :



1. Déterminer graphiquement les équations réduites des

droites (d) et (d') .

2.
 - a. Déterminer graphiquement les coordonnées des points M et N .
 - b. Justifier que la droite (MN) est parallèle à la droite (d) .
3. Soit Q un point de la droite (d) tel que la droite (MQ) soit parallèle à (d') . On note x l'abscisse du point Q .

- a. Justifier que les vecteurs \overrightarrow{MQ} et $\vec{u} \left(1; -\frac{1}{3} \right)$ sont colinéaires.

- b. Justifier que le vecteur \overrightarrow{MQ} a pour coordonnée en fonction de x :

$$\overrightarrow{MQ} \left(x + 3; \frac{5}{4} \cdot x + \frac{3}{4} \right)$$

- c. Résoudre l'équation : $x + 3 = -3 \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot x - \frac{1}{4} \right)$.

- d. En déduire les coordonnées du point Q .