Première S/Les suites

1. Introduction :

☐ **Exercice 6516**

Compléter les suites logiques de nombres pour obtenir les 8 premiers termes de chacune d'elles :

a. 4 - 7 - 10 - 13 - ...

b. 3 - 6 - 12 - 24 - ...

c. 20 - 19 - 17 - 14 - ...

d. 5 - 7 - 11 - 17 - ...

e. 1 - 4 - 9 - 16 - ...

☐ **Exercice 6517**

On considère les deux procédés d'obtention suivant de nombres :

Procédure A	**Procédure B**
On multiplie le nombre donné par 3	Au nombre donné, on lui soustrait 2.

Pour chaque question, donner les six premiers termes obtenus en répétant les consignes autant de fois que nécessaire.

1. Le nombre de départ est 3 et on répète la procédure **A** ;

2. Le nombre de départ est 11 et on répète la procédure **B**.

☐ **Exercice 2905**

1. Trouver les coefficients multiplicatifs représentant chacune des évolutions suivantes :

   a. $\nearrow$ 10 %   b. $\nearrow$ 2,5 %   c. $\nearrow$ 115 %

   d. $\searrow$ 22 %   e. $\searrow$ 10,7 %   f. $\searrow$ 65 %

2. Pour chaque coefficient multiplicateur, retrouver l'évolution associée et le pourcentage correspondant :

   a. 1,02   b. 1,375   c. 2,1

   d. 0,15   e. 0,85   f. 0,912

☐ **Exercice 2906** ⚠

Des scientifiques étudient une culture de bactéries contenant deux souches qu'on nommera A et B.
Au début de l'expérience *(au temps "0")*, on dénombre 200 de bactéries de souches A et 300 bactéries de souches B.
Les scientifiques relèvent les évoluations suivantes : à chaque minute, la population des bactéries A augmente de 10 %, alors que celle de la souche B diminue de 20 bactéries.

1. a. Au temps "*0 min*", quel est le pourcentage représenté par les bactéries de la souche A par rapport à l'ensemble des bactéries ?

   b. Au temps "*1 min*", quel est le pourcentage représenté par les bactéries de la souche A par rapport à l'ensemble des bactéries ?

   c. Compléter le tableau ci-dessous :

	A	B	C	D
1	Temps	Population de la souche A	Population de la souche B	Population totale
2	0	200	300	
3				
4				
5				
6				
7				

2. n désigne un nombre entier naturel $(n \in \mathbb{R})$.

   On note a_n la population de bactéries de la souche A au temps "n *min*" ; ainsi, $a_0 = 200$.

   On note b_n la population de bactéries de la souche B au temps "n *min*" ; ainsi $b_0 = 300$.

   Compléter les pointillés ci-dessous :

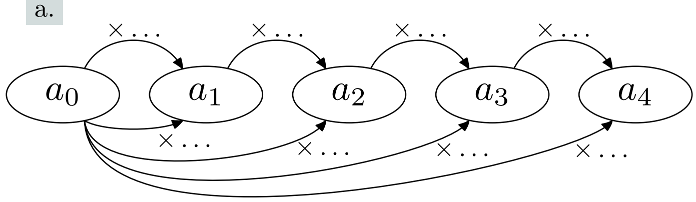
$a_1 = a_0$	$b_1 = b_0$ ....
$a_2 = a_1$	$b_2 = b_1$ ....
$a_3 = a_2$	$b_3 = b_2$ ....
$a_4 = a_3$	$b_4 = b_3$ ....

On généralise par :

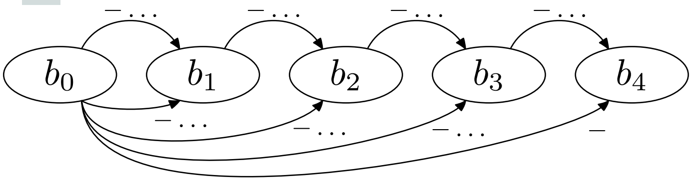
$a_{n+1} = a_n$	$b_{n+1} = b_n$ ....

3. Compléter les deux diagrammes ci-dessous :

   a.



b.



4. Compléter les pointillées :

$a_1 = a_0$	$b_1 = b_0$ ....
$a_2 = a_0$	$b_2 = b_0$ ....
$a_3 = a_0$	$b_3 = b_0$ ....
$a_4 = a_0$	$b_4 = b_0$ ....

On généralise par :

$a_n = a_0$	$b_n = b_0$ ....

Exercice 6519

1. On considère la suite de nombres ci-dessous :

   $2 \;;\; 3 \;;\; 5 \;;\; 8 \;;\; 12 \;;\; 17 \;;\; 23 \;;\; 30$

   a. Dans cette suite, quel est le terme qui succède à 12 ?

   b. Dans cette suite, quel est le terme qui précède 8 ?

2. De manière générale, on indique les termes d'une suite en utilisant en index la position du terme dans la suite *(on commence l'indéxation à 0)* :

   $u_0 \;;\; u_1 \;;\; u_2 \;;\; u_3 \;;\; \cdots \;;\; u_{n-1} \;;\; u_n \;;\; u_{n+1}$

   a. Quel est le terme succésseur de u_2 ?

   b. Quel est le terme prédécesseur de u_4 ?

   c. Quel est le terme succésseur de u_n ?

   d. Quel est le terme succésseur de u_{n+2} ?

   e. Quel est le terme prédécesseur de u_n ?

   f. Quel est le terme prédécesseur de u_{n+2} ?

Exercice 6522

On considère les suites de nombres ci-dessous :

a. $4 \;;\; 7 \;;\; 10 \;;\; 13 \;;\; 16 \;;\; 19 \;;\; 22 \;;\; 25$

b. $1 \;;\; -2 \;;\; 4 \;;\; -8 \;;\; 16 \;;\; -32 \;;\; 64 \;;\; -128$

c. $2 \;;\; 2 \;;\; 3 \;;\; 5 \;;\; 8 \;;\; 12 \;;\; 17 \;;\; 23$

d. $0 \;;\; 1 \;;\; 4 \;;\; 9 \;;\; 16 \;;\; 25 \;;\; 36 \;;\; 49$

e. $1 \;;\; 1 \;;\; 2 \;;\; 3 \;;\; 5 \;;\; 8 \;;\; 13 \;;\; 21$

f. $1 \;;\; 2 \;;\; 1 \;;\; 2 \;;\; 1 \;;\; 2 \;;\; 1 \;;\; 2$

Associer à chacune de cette suite une relation ci-dessous qui permet d'obtenir un terme en fonction de ses prédédesseurs :

1. $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$
2. $\dfrac{2}{u_n} = u_{n+1}$
3. $u_n + n = u_{n+1}$
4. $-2 \times u_n = u_{n+1}$
5. $u_n + 3 = u_{n+1}$
6. $u_n = n^2$

2. Suites arithmétiques :

Exercice 5120

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r. Compléter les expressions suivantes :

a. $u_{12} = u_5 + \dots$ b. $u_{57} = u_{38} + \dots$

c. $u_3 = u_8 + \dots$ d. $u_{23} = u_{38} + \dots$

Exercice 6530

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 3 et de raison -2.

1. Déterminer la valeur des termes u_{12} et u_{43}.

2. Déterminer la valeur du rang n réalisant les égalités :

   a. $u_n = -21$ b. $u_n = -57$

Exercice 5121

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.

2. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison $-\dfrac{3}{2}$.

Exercice 6523

On considère les deux suites de nombres ci-dessous dont on donne les sept premiers termes :

a. $3 \;;\; 5 \;;\; 7 \;;\; 10 \;;\; 12 \;;\; 14 \;;\; 16$

b. $6 \;;\; 3{,}5 \;;\; 1 \;;\; -1{,}5 \;;\; -4 \;;\; -6{,}5 \;;\; -9$

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite arithmétique ?
Si oui, donner le premier terme et la raison. Si non, justifier votre rejet de cette affirmation.

3. Suites géométriques :

Exercice 5122

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.

2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 3 et de raison $-\dfrac{3}{2}$.

Exercice 6531

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme

$\dfrac{2^4}{3}$ et de raison $\dfrac{3}{2}$.

1. Déterminer la valeur des termes u_{11} et u_{28}.

2. Pour chaque question, déterminer le rang n réalisant l'égalité :

a. $u_n = \dfrac{3^8}{2^5}$ b. $u_n = \dfrac{3^{19}}{2^{16}}$

Exercice 5123

Soit (v_n) une suite géométrique de raison q. Compléter les expressions suivantes :

a. $u_7 = u_3 \times \ldots$ b. $u_{25} = u_{11} \times \ldots$

c. $u_3 = u_8 \times \ldots$ d. $u_{15} = u_{23} \times \ldots$

Exercice 6524

On considère les deux suites de nombres ci-dessous où sont donnés les six premiers termes :

a. $8 \;;\; 4 \;;\; 2 \;;\; 1 \;;\; \dfrac{1}{2} \;;\; \dfrac{1}{4}$

b. $1 \;;\; 3 \;;\; 9 \;;\; 18 \;;\; 54 \;;\; 162$

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite géométrique ?
Si oui, préciser le premier terme et la raison. Sinon, justifier votre rejet de la conjecture.

Exercice 2401

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme $u_0 = \dfrac{3}{8}$ et de raison 2. Déterminer les six premiers termes de cette suite.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q.

a. Pour passer du terme v_{11} au terme v_{14}, par combien de fois multiplie-t-on par la raison ?

b. A partir des valeurs des deux termes suivants :
$v_{11} = \dfrac{4}{7} \;;\; v_{14} = \dfrac{27}{14}$
Déterminer la valeur du premier terme et de la raison de la suite (v_n).

3. Dans chacun des cas ci-dessous, la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique, déterminer son premier terme et sa raison :

a. $w_0 = 5 \;;\; w_3 = 40$ b. $w_3 = \dfrac{3}{8} \;;\; w_6 = -\dfrac{3}{64}$

c. $w_{124} = 2\times10^{-4} \;;\; w_{128} = \dfrac{1}{8}$

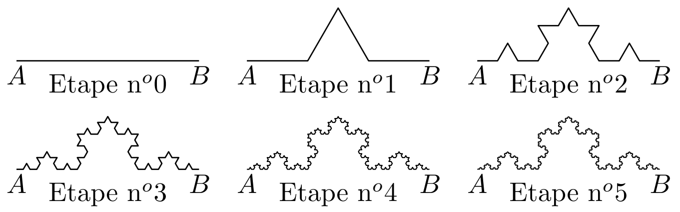
Exercice 2412

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite dont on connait la valeur des deux termes suivants :
$u_6 = 36 \;;\; u_{10} = \dfrac{9}{4}$

Montrer qu'il existe deux suites géométriques vérifiant ces conditions.

Exercice 2928

Ci-dessous sont représentés les six premièrs "***flocons de Helge Von Koch***" représentant un des fractales les plus simples :



Voici la construction de ces flocons :

- A l'étape 0, le dessin représente seulement le segment $[AB]$;
- Pour passer à l'étape suivante, chaque segment doit être partagée en trois parties égales et on construit à partir de la partie du milieu les deux autres côtés d'un triangle équilatéral.

1. a. Le passage de l'étape n°0 à l'étape n°1 fait apparaitre un triangle équilatéral. Surligner ce triangle en rouge.

b. Combien de segment comprend la figure de l'étape n°1 ? Combien de triangles équilatéral apparaitront à l'étape n°2 ? Surligner ces triangles en rouge.

2. On note (u_n) la suite numérique dont le terme de rang n est le nombre de segments composant la figure à l'étape $n^{\text{ième}}$:

a. Justifier par une phrase que la suite (u_n) vérifie la relation :
$u_{n+1} = 4 \cdot u_n$

b. Exprimer le terme u_n en fonction de son rang n.

c. Combien de segments comprend la figure de l'étape n°5 ?

3. On suppose que le segment $[AB]$ initial a pour longueur 1. On note (v_n) la suite numérique dont le terme de rang n est la longueur de la ligne polygone formant la figure à l'étape $n^{\text{ième}}$:

a. Justifier par une phrase que la suite (v_n) vérifie la relation :
$v_{n+1} = \dfrac{4}{3} \cdot v_n$

b. Exprimer le terme v_n en fonction de son rang n.

4. Suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 5859

1. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (u_n) présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite aritmétique dont on précisera la raison :
$u_0 = 2 \;;\; u_1 = \dfrac{9}{2} \;;\; u_2 = 7 \;;\; u_3 = \dfrac{19}{2}$

2. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (v_n) présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite géométrique dont on précisera la raison :
$v_0 = 24 \;;\; v_1 = 6 \;;\; v_2 = \dfrac{3}{2} \;;\; v_3 = \dfrac{3}{8}$

3. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite

(w_n) ne représentent ni les premiers termes d'une suite arithmétique, ni les premiers termes d'une suite géométrique
$w_0 = 1 \quad ; \quad w_1 = 2 \quad ; \quad w_2 = 4 \quad ; \quad w_3 = 16$

Exercice 6546

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique dont on connait les valeurs des deux termes suivants :
$u_{10} = 5 \quad ; \quad u_{16} = 14$
Déterminer le premier terme u_0 et la raison de cette suite.

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique dont on connait les valeurs des deux termes suivants :
$v_4 = 96 \quad ; \quad v_7 = \dfrac{3}{2}$
Déterminer le premier terme v_0 et la raison de cette suite.

5. Nombre de termes d'une somme :

Exercice 5124

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique. Pour chacune des sommes suivantes, préciser son nombre de termes :

a. $u_0 + u_1 + \cdots + u_{32}$
b. $u_5 + u_6 + \cdots + u_{15}$
c. $u_0 + u_1 + \cdot + u_n$
d. $u_5 + u_6 + \cdots + u_n$
e. $u_k + u_{k+1} + \cdots + u_{100}$
f. $u_k + u_{k+1} + \cdots + u_n$
g. $u_0 + u_2 + \cdots + u_{88}$
h. $u_{3k} + u_{3k+3} + \cdots + u_{99}$
i. $\displaystyle\sum_{k=0}^{64} u_k$
j. $\displaystyle\sum_{k=5}^{16} u_{2k}$

Exercice 6528

On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Déterminer le nombre de termes de chacune des sommes ci-dessous :

a. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8$
b. $u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12}$
c. $u_{11} + u_{12} + u_{13} + \ldots + u_{25} + u_{26}$
d. $u_8 + u_9 + u_{10} + \cdots + u_{31} + u_{32}$

Exercice 6529

Ci-dessous sont présentés des suites "*logiques*" de nombres. Déterminer le nombre de termes de chacune de ces sommes :

a. $1 + 4 + 9 + 16 + \ldots + 144 + 169$
b. $3 + 7 + 11 + 15 + \ldots + 79 + 83$
c. $\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{2} + 1 + 2 + \ldots + 256 + 512$
d. $\sqrt{5} + \sqrt{7} + 3 + \sqrt{11} + \ldots + \sqrt{31} + \sqrt{33}$

6. Somme de termes d'une suite arithmétique :

Exercice 6532

On considère une suite (u_n) arithmétique de premier terme u_0 et de raison r.

1. Exprimer u_1, u_2 et u_3 en fonction de u_0 et de r.
2. Exprimer les termes u_n, u_{n-1} et u_{n-2} en fonction de n, de u_0 et de r.
3. Justifier l'égalité suivante :
$u_2 + u_{n-2} = u_1 + u_{n-1} = u_0 + u_n$

Exercice 2419

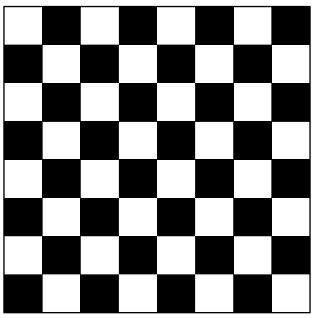
1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\dfrac{1}{2}$
   a. Calculer la somme des 13 premiers termes de (u_n) :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{11} + u_{12}$
   b. Calculer la somme des termes de (u_n) allant de u_5 à u_{20} : $S' = u_5 + u_6 + \cdots + u_{19} + u_{20}$
2. On considère les deux sommes suivantes :
$$S_1 = 1 + \frac{5}{2} + 4 + \frac{11}{2} + \cdots + 100$$
$$S_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} + \cdots + \frac{16\sqrt{3}}{3}$$
   a. Déterminer les caractéristiques des suites arithmétiques (v_n) et (w_n) définissant respectivement les termes des sommes S_1 et S_2.
   b. En déduire la valeur des sommes S_1 et S_2.

Exercice 2430

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\dfrac{1}{4}$. Déterminer la somme S définie par :
$S = u_{11} + u_{12} + \cdots + u_{25}$
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison $-\sqrt{3}$. Déterminer la somme S' définie par :
$S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{13}$

Exercice 6548

Le prince demande à Sissou de commencer par déposer un grain de riz sur la première case, puis trois grains sur la deuxième case, puis cinq grains sur la troisième case et ainsi de suite pour remplir l'échiquier représenté ci-contre.



Déterminer le nombre de grains de riz dont aura besoin Sissou pour compléter l'échiquier.

7. Somme de termes d'une suite géométrique :

Exercice 2420

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{2}$.
   a. Déterminer la somme de ses 10 premiers termes :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_8 + u_9$
   b. Déterminer la somme des termes de la suite (u_n) allant de u_4 à u_{22} :
   $S' = u_4 + u_5 + \cdots + u_{21} + u_{22}$
2. On considère la somme numérique suivantes :
$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n}$$
Déterminer la valeur de S_n en fonction de n.
3. Soit S_3 la somme numérique suivante :
$$S_3 = 1 + \sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + \cdots + 8\sqrt{2}$$
   a. Donner les caractéristiques de la suite géométrique $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont la somme des premiers termes est S_3.
   b. En déduire la valeur de S_3.

Exercice 2431

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 5 et de raison $\frac{2}{3}$. Déterminer la valeur de la somme :
$S = u_{10} + u_{11} + \cdots + u_{21}$
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 12 et de raison $-\frac{1}{2}$. Déterminer la valeur de la somme :
$S' = v_7 + v_8 + \cdots + v_{12}$

8. Somme de termes :

Exercice 5860

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme -3 et de raison 4.
   a. Donner l'expression du terme u_n en fonction de son rang n.
   b. Quel est le rang du terme de la suite (u_n) ayant pour valeur 605
   c. Déterminer la valeur de la somme S définie par :
   $S = u_0 + u_1 + \cdot + u_{100}$
2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 12 et de raison $\frac{1}{4}$.
   a. Donner l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.
   b. Quel est le rang du terme de la suite (v_n) ayant pour valeur $\frac{3}{64}$
   c. Déterminer une expression simplifiée de la somme S définie par :
   $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{30}$

Exercice 5818

1. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 1 et de raison $\frac{1}{8}$. On considère la somme suivante :
$$S_1 = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$$
Déterminer la valeur de n afin que la somme S_1 a pour valeur 31.
(On sera ammené à trouver les racines du polynôme du second degré $\left(2+\frac{x}{8}\right)(x+1)-62$*)*
2. Soit $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme 2 tel que :
$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{63}{16}$$
Déterminer la raison de cette suite.
(On admettra que le polynôme $-32x^6+63x-31$ *admet pour racines les nombres* $\frac{1}{2}$ *et* 1*)*

Exercice 6549

On souhaite déterminer la valeur de la somme S suivante :
$S = 9 + 15 + 27 + \cdots + 3075$
On remarquera que cette somme peut s'écrire par :
$$S = (3\times2^1+3)+(3\times2^2+3)+(3\times2^3+3)+\cdots+(3\times2^{10}+3)$$
Déterminer la valeur de S

Toutes traces de recherche, même incomplètes, seront prises en compte dans l'évaluation.

Exercice 6547

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 5 et de raison 3.
Déterminer la valeur de la somme S des 100 premiers termes de cette suite.
2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 3 et de raison $\frac{1}{4}$.
Déterminer la valeur de la somme S' des 100 permiers termes de cette suite.

9. Un peu plus loin : suites arithmético-géométrique :

Exercice 5172

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 0 \quad ; \quad u_{n+1} = -\frac{1}{2}\cdot u_n + 1 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).
2. On considère la suite (v_n) définie par :
$$v_n = u_n - \frac{2}{3} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
   a. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n).
   b. Etablir que pour tout entier naturel n, on a :
$$v_{n+1} = -\frac{1}{2}\cdot v_n$$
   c. Donner la nature et les valeurs des éléments caractéristiques de la suite (v_n).
3. a. Déterminer la valeur de la somme S' définie par : $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{14}$
   b. Déterminer la valeur de la somme S définie par : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{14}$
4. a. Donner l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.
   b. Donner l'expression du terme u_n en fonction de son rang n.

Exercice 2408

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$u_0 = 8 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 5 \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = u_n + 10$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
   a. Montrer que la suite (v_n) vérifie la relation suivante pour tout entier naturel n :
$$v_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot v_n$$
   b. Donner la nature de la suite (v_n) ainsi que ses éléments caractéristiques.
   c. Donner la formule explicite donnant l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.
2. Déduire des questions précédentes, la formule explicite de la suite (u_n).

Exercice 6426

Soit (u_n) définie par son premier terme u_0 et, pour tout entier naturel n, par la relation :

$$u_{n+1} = a\cdot u_n + b \qquad (\textit{a et b réels non nuls tels que } a\neq 1)$$

On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - \dfrac{b}{1-a}$

Démontrer que, la suite (v_n) est géométrique de raison a.

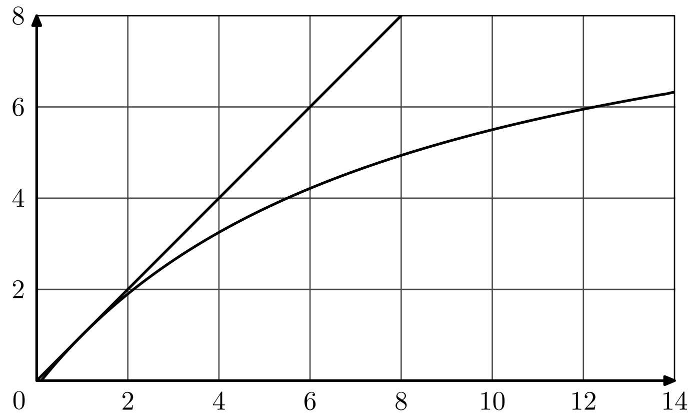
10. Un peu plus loin : suites homographiques :

Exercice 2454

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = 14 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{10\cdot u_n - 1}{u_n + 8} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$

1. On représente ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :
$$f(x) = \frac{10x - 1}{x + 8}$$
ainsi que la représentation de la première bissectrice du plan :



Représenter sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite.

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :
$$v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$
   a. Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a :
$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{9}$$
   b. Donner la formule explicite définissant chaque terme de la suite (v_n) en fonction du rang n.
   c. En déduire la formule explicite définissant chaque terme de la suite (u_n) en fonction du rang n.

Exercice 2414

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie :

$$u_0 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{-u_n+6}{u_n-2} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n).
2. Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :
$$v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$
   a. Déterminer les trois premiers termes de cette suite.
   b. Montrer que : $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = -\dfrac{1}{4}$
   c. En déduire la nature de la suite (v_n) ainsi que la formule explicite déterminant le terme de rang n en fonction de n.
3. a. Déterminer l'expression du terme u_n en fonction du terme v_n.
   b. En déduire la formule explicite définissant les termes de (u_n) en fonction de n.

