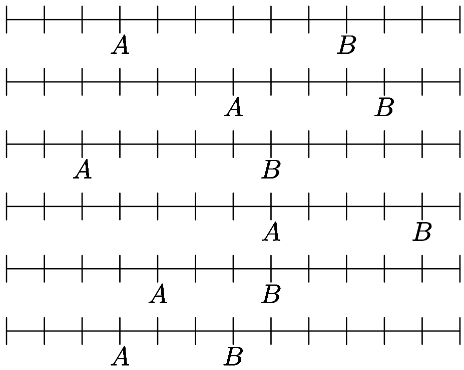
ompilerles exercic | mpilerles correctic | Plusd options

Première S/Barycentre

1. Première approche :

☐ **Exercice 2448**

Dans chaque cas, placer le point G, s'il existe, sur les droites graduées ci-dessous vérifiant la relation demandée :



- $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$
- $2 \cdot \overrightarrow{AG} + 3 \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$
- $3 \cdot \overrightarrow{GA} + 2 \cdot \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$
- $5 \cdot \overrightarrow{GA} - 3 \cdot \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$
- $-2 \cdot \overrightarrow{GA} + 2 \cdot \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$
- $\overrightarrow{GA} - 4 \cdot \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$

3. Barycentre de deux points :

☐ **Exercice 2462**

Soit A et B deux points du plan. On note K le symétrique de A par rapport à B.

Parmi les systèmes pondérés ci-dessous, indiquer le système admettant K pour barycentre :

a. $\{(A\,;1)\ ;\ (B\,;-1)\}$ b. $\{(A\,;-1)\ ;\ (B\,;1)\}$

c. $\{(A\,;-2)\ ;\ (B\,;1)\}$ d. $\{(A\,;1)\ ;\ (B\,;-2)\}$

☐ **Exercice 2675**

Soit A, B et C trois points alignés, vérifiant la relation vectorielle suivante :

$$\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AB}$$

1. a. Montrer que ces trois points vérifient la relation suivante :
$$\overrightarrow{CA} + 2 \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{0}$$

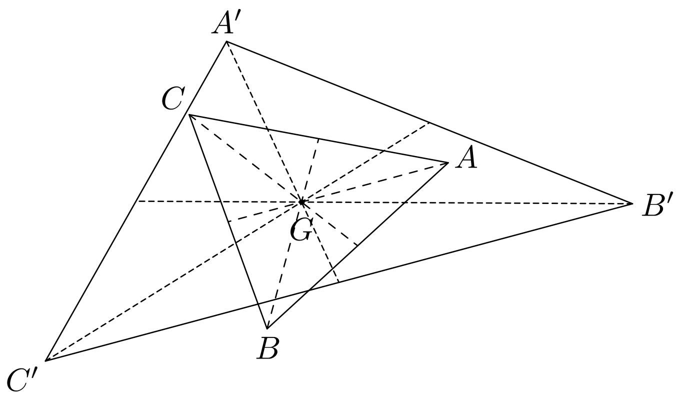
   b. Déterminer les coefficients du système ci-dessous afin que C soit le barycentre de ce système :
$$\{(A\,;\alpha)\,;\,(B\,;\beta)\}$$

2. Montrer que A est barycentre du sytème pondéré $\{(B\,;2)\,;(C\,;-3)\}$

3. Déterminer les coefficients de pondérations des points A et C afin que ce système admette B pour barycentre.

☐ **Exercice 2671**

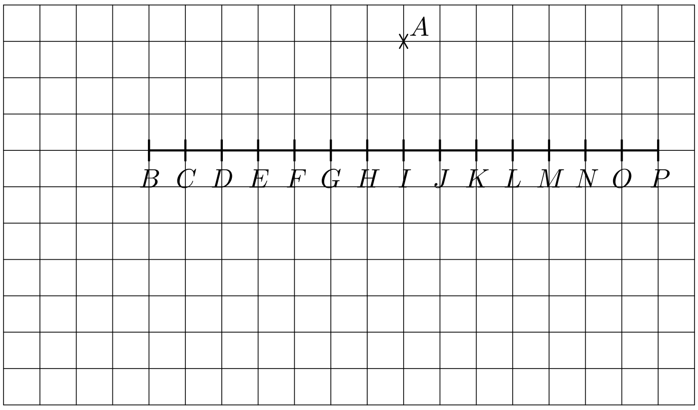
La figure ci-contre représente deux triangles ABC et $A'B'C'$ admettant le même point G pour isobarycentre.



Etablir la relation suivante : $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{0}$

4. Réduction et barycentre de deux points :

☐ **Exercice 2893**

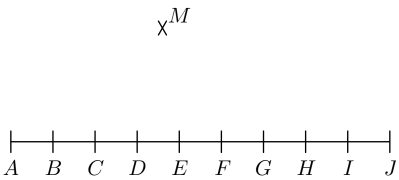


1. On définit le vecteur $\overrightarrow{u}$ défini par la relation :
$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AL} + 2 \cdot \overrightarrow{AF}$
   a. Tracer un représentant du vecteur $\overrightarrow{u}$.
   b. Déterminer le barycentre du système :
   $\Big\{(L\,;1)\,;\,(F\,;2)\Big\}$.
   c. Réduire l'écriture du vecteur $\overrightarrow{u}$ sous la forme :
   $\overrightarrow{u} = k \cdot \overrightarrow{AZ}$
   où $k \in \mathbb{R}$ et Z est un des 15 points du segment.

2. Pour chacune des questions suivante, donner une simplification de l'expression en introduisant un système pondéré bien choisi et son barycentre ; puis, tracer un représentant de cette expression :
   a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$ b. $-\overrightarrow{AJ} + 2 \cdot \overrightarrow{AL}$

Exercice 2861

On considère le segment $[AJ]$ représenté ci-dessous subdivisé en 9 parts égales et M un point du plan :



1. Algébriquement, justifier l'égalité suivante :
$\overrightarrow{MC} + 4 \cdot \overrightarrow{MH} = 5\overrightarrow{MG}$
2. Compléter les égalités suivantes :
   a. $-2 \cdot \overrightarrow{MB} + 3 \cdot \overrightarrow{MD} = \alpha \cdot \overrightarrow{M\ldots}$
   b. $-2 \cdot \overrightarrow{MC} - 5 \cdot \overrightarrow{MJ} = \beta \cdot \overrightarrow{M\ldots}$

5. Règle d'homogénéité :

Exercice 2463

Soit A et B deux points du plan.

1. Donner un système pondéré à partir des points A et B dont le barycentre vérifie la relation suivante :
$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AB}$$
2. Donner un système pondéré à partir des points A et B dont le barycentre vérifie la relation suivante :
$$\overrightarrow{BG} = \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{AB}$$

6. Barycentre de trois points :

Exercice 2897

Dans chaque cas, déterminer la valeur des coefficients α, β, γ afin que le point G soit barycentre du système :
$G\Big\{(A\,;\alpha)\,;\,(B\,;\beta)\,;\,(C\,;\gamma)\Big\}$

Les points A, B, C vérifient les relations :

1. $3 \cdot \overrightarrow{GA} - 2 \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$
2. M représente un point quelconque du plan :
$5 \cdot \overrightarrow{MG} = 2 \cdot \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{BC} + 3 \cdot \overrightarrow{MC}$

Exercice 2899

On considère dans le plan trois points A, B, C non-alignés.

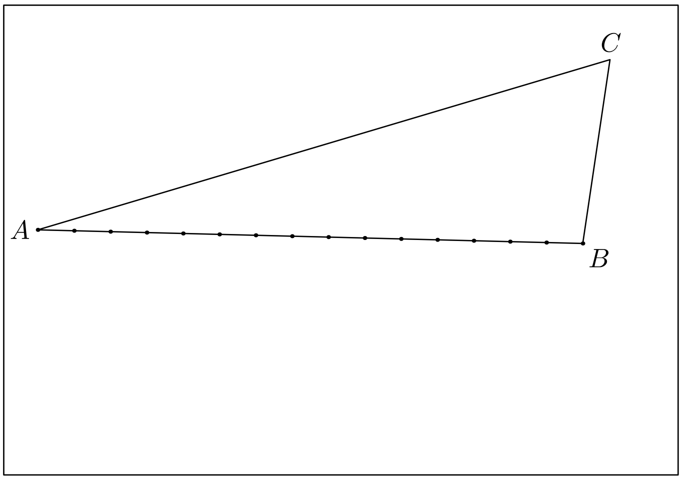
Démontrer qu'il n'existe pas de point M vérifiant la relation :
$3 \cdot \overrightarrow{MA} - 4 \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$

7. Réduction d'expressions :

Exercice 2880

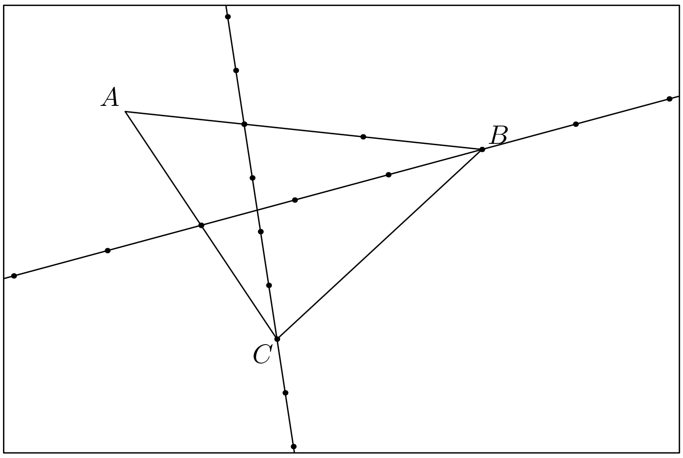
Soit A, B, C trois points du plan non-alignés. On considère les trois systèmes pondérés et leurs barycentres associés suivants :
$G\Big\{(A\,;2)\,;\,(B\,;1)\Big\}$; $H\Big\{(C\,;-1)\,;\,(B\,;2)\Big\}$
$I\Big\{(A\,;2)\,;\,(B\,;3)\,;\,(C\,;-1)\Big\}$

1. Justifier que ces trois systèmes admettent effectivement un barycentre.
2. a. Justifier l'égalité vectorielle suivante :
$2 \cdot \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = 3 \cdot \overrightarrow{IG}$
   b. Démontrer que les trois points G, H, I sont alignés.
3. Ci-dessous est donnée la représentation de trois points du plan non alignés et où le segment $[AB]$ a été divisé en 15 parts égales. Déterminer la position du point I sur cette figure ; aucune justification n'est demandée.



Exercice 2891

Dans le plan, on considère les trois points A, B, C représentés ci-dessous :



Les marques représentées sur les segments ou sur les droites représentent un partage régulier de chacun d'eux.

M représente un point du plan quelconque :

1. a. Placer, sans justification, le point G barycentre du système pondéré $\big\{(A\,;2)\,;\,(B\,;1)\,;\,(C\,;1)\big\}$

   b. Réduire l'expression vectorielle ci-dessous où M est un point quelconque du plan :

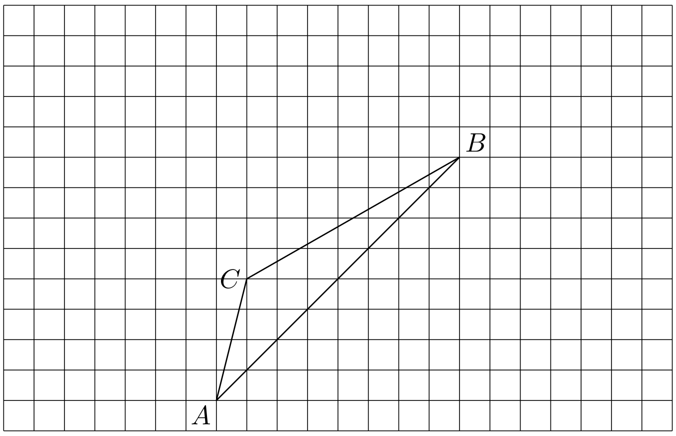
   $$2{\cdot}\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$$

2. Déterminer, graphiquement, l'ensemble des points M du plan tels que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$, définis ci-dessous, sont colinéaires :

   $$\overrightarrow{u}=2{\cdot}\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$$
   $$\overrightarrow{v}=2{\cdot}\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2{\cdot}\overrightarrow{MC}$$

Exercice 2898

Dans le plan, on considère trois points A, B, C non-alignés. On note :



- I le barycentre du système $\big\{(B\,;1)\,;\,(C\,;-2)\big\}$
- J le barycentre du système $\big\{(A\,;-1)\,;\,(B\,;3)\big\}$
- G barycentre de $\big\{(A\,;1)\,;\,(B\,;-1)\,;\,(C\,;-4)\big\}$

1. Placer les points I et J dans le dessin ci-dessous.

2. a. Justifier l'égalité suivante :

   $$\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}-4{\cdot}\overrightarrow{IC}=-4{\cdot}\overrightarrow{IG}$$

   b. En déduire l'égalité : $2{\cdot}\overrightarrow{IJ}=4{\cdot}\overrightarrow{IG}$.

   c. Placer le point G sur la figure.

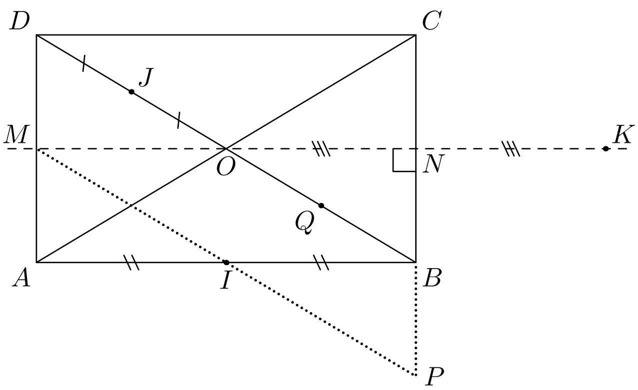
3. En laissant vos traits de construction, tracer un représentant du vecteur :

   $$\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}-4\overrightarrow{GC}$$

8. Règle d'associativité :

Exercice 2485

On considère la figure ci-dessous où $ABCD$ est un rectangle. I est le milieu de $[AB]$; J milieu de $[DO]$ et K le symétrique de O relativement à la droite (CB).



1. a. Soit Q le milieu du segment $[OB]$.
   Déterminer les coefficients d'un système pondéré $\big\{(A\,;\alpha)\,;\,(B\,;\beta)\,;\,(C\,;\gamma)\big\}$ admettent le point Q pour barycentre.

   b. En déduire la valeur de δ afin que le point J soit le barycentre de :

   $$\big\{(A\,;\alpha)\,;\,(B\,;\beta)\,;\,(C\,;\gamma)\,;\,(D\,;\delta)\big\}$$

2. a. Soit M et N les milieux respectifs des segments $[AD]$ et $[BC]$. A l'aide du calcul vectoriel, montrer que :

   $$\overrightarrow{DK}-3\cdot\overrightarrow{CK}-3\cdot\overrightarrow{BK}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{0}$$

   b. Déterminer la pondération apportée au sommet du rectangle pour que K soit le barycentre des points A, B, C et D.

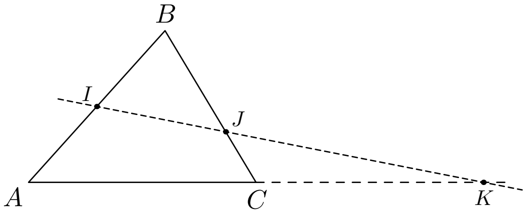
3. a. Le point P est tel que : $\overrightarrow{CP}=\frac{3}{2}\cdot\overrightarrow{CB}$
Justifier que I est le milieu du segment $[MP]$.

b. En déduire des coefficients de pondérations non-nuls des quatres sommets du rectangle afin que I soit le barycentre de $ABCD$.

Exercice 2672

On considère un triangle quelconque ABC et les points I, J, K vérifiant les relations vectorielles suivantes :

$$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{0} \quad ; \quad \overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{CB} \quad ; \quad \overrightarrow{AK}=2\cdot\overrightarrow{AC}$$



On souhaite montrer que les points I, J et K sont alignés.

1. a. Montrer que B est le barycentre du système pondéré de points $\big\{(C\,;-2)\,;(J\,;3)\big\}$

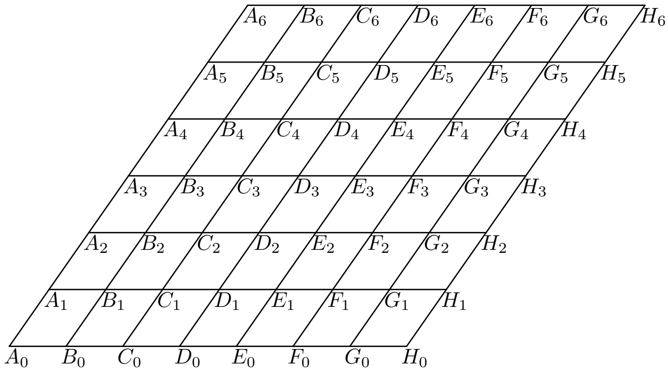
b. En déduire la relation suivante :
$$-2\cdot\overrightarrow{IC}+3\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}$$

2. Etablir la relation suivante : $2\cdot\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{IA}$

3. En déduire que I est barycentre du système :
$\big\{(J\,;3)\,;(K\,;-1)\big\}$

Exercice 525

Dans le plan, on considère le quadrillage ci-dessous :



1. Déterminer le barycentre G du système :
$\big\{(A_1\,;1)\,;\,(C_5\,;1)\,;\,(F_5\,;2)\big\}$

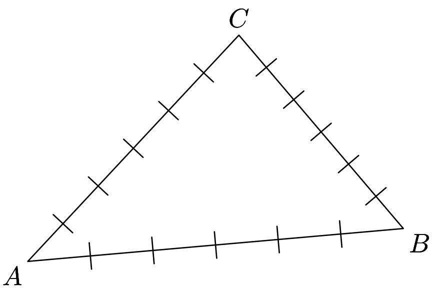
2. En se servant uniquement des points présentés sur la figure, déterminer le barycentre H du système :
$\big\{(A_6\,;2)\,;\,(D_6\,;-2)\,;\,(B_4\,;-3)\big\}$

3. Déterminer la valeur de α, un nombre réel, afin que le système pondérée $\big\{(B_4\,;2)\,;\,(H_1\,;1)\,;\,(E_4\,;\alpha)\big\}$ admette le point B_1 pour barycentre.

9. Intersection de droites :

Exercice 2465

On considère ci-dessous le triangle ABC dont chacun des côtés a été partagés en six parties égales.



1. a. Placer le point E le milieu de $[AC]$.

b. Placer le point F barycentre du système pondéré suivant :
$\big\{(A\,;1)\,;\,(B\,;\,2)\big\}$

c. Placer le point G barycentre du système pondéré suivant :
$\Big\{\Big(C\,;\,\frac{\sqrt{2}}{2}\Big)\,;\,(B\,;\,\sqrt{2})\Big\}$

2. Tracer les trois droites (BE), (FC) et (AG).
Remarquez que les trois droites sont concourantes.

3. On considère le point H barycentre du système pondéré suivant de trois points :
$\big\{(A\,;1)\,;\,(B\,;2)\,;\,(C\,;1)\big\}$

a. Justifier que H est le barycentre du système pondéré suivant :
$\big\{(F\,;3)\,;\,(C\,;1)\big\}$

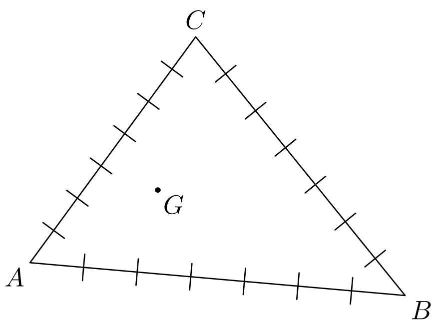
b. Justifier que H est également le barycentre du système suivant :
$\big\{(B\,;1)\,;\,(E\,;1)\big\}$

c. Justifier que le point H appartiennent à la droite (GA).

4. En déduire que les droites (BE), (FC) et (AG) sont concourantes.

Exercice 2466

On considère le triangle ABC représenté ci-dessous dont tous les côtés ont été subdivisés en 7 parties égales et un point G placé à l'intérieur du triangle ABC.



Déterminer la pondération affectée aux points A, B, C afin que G soit le barycentre du triangle ABC. Justifier votre démarche.

Exercice 2484

Dans le plan, on considère un triangle ABC. Soit I et J deux points vérifiant les relations vectorielles suivantes :

$$\overrightarrow{BI} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{BC} \quad ; \quad \overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{CA}$$

Soit O le point d'intersection des droites (AI) et (BJ). On note K le point d'intersection de (CO) avec la droite (AB).

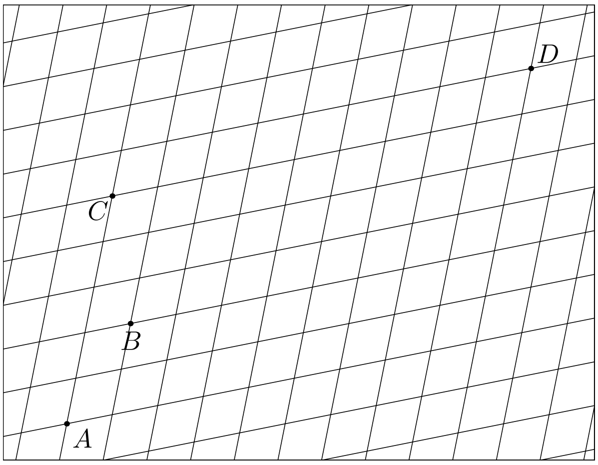
Déterminer la valeur de α vérifiant la relation suivante :

$$\overrightarrow{BA} = \alpha \cdot \overrightarrow{BK}$$

10. Barycentre de plusieurs points :

Exercice 2862

On considère les quatres points A, B, C, D représentés ci-dessous :

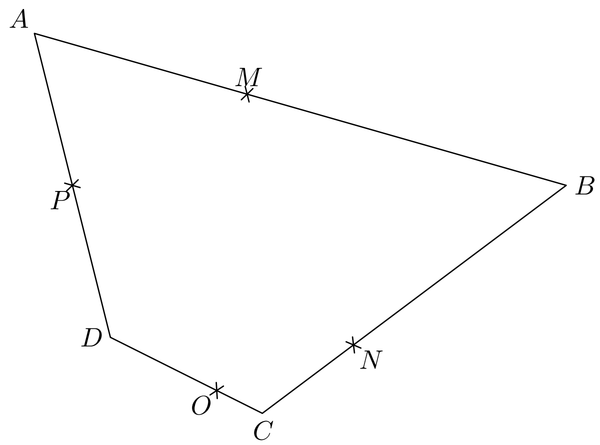


Déterminer la position du barycentre du système pondéré suivant :

$$\Big\{(A\,;3)\,;\,(B\,;-5)\,;\,(C\,;2)\,;\,(D\,;1)\Big\}$$

Exercice 2863

Dans le plan, on considère le quadrilatère $ABCD$ ci-dessous :



Pondérant les points de cette figure, on obtient les points M, N, O, P barycentre partiel respectivement des couples suivants $(A\,;B)$, $(B\,;C)$, $(C\,;D)$, $(D\,;A)$:

1. a. Déterminer la position du barycentre partiel du triangle BCD.

   b. Déterminer la position du barycentre partiel du triangle ABC.

2. En déduire la position du point G barycentre du quadrilatère $ABCD$.

Exercice 2518

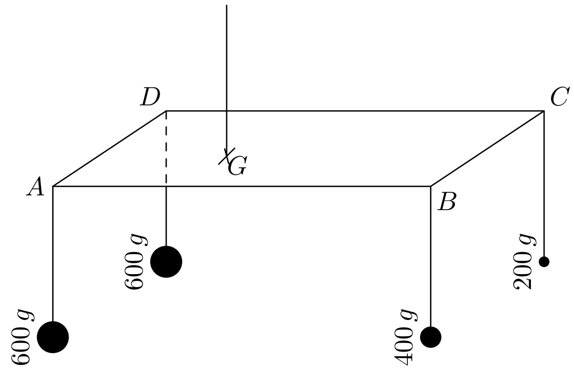
On considère le plan munit de quatres points A, B, C et D. Munis d'un poids, on obtient le système pondéré suivant $\Big\{(A\,;1)\,;\,(B\,;2)\,;\,(C\,;1)\,;\,(D\,;-2)\Big\}$; on note G son barycentre.

1. Ecrire une relation vectorielle faisant intervenir ces cinq points du plan.

2. En déduire que A est barycentre du système $\Big\{(B\,;\beta)\,;\,(C\,;\gamma)\,;\,(D\,;\delta)\,;\,(G\,;\varepsilon)\Big\}$ dont on déterminera les coefficients.

Exercice 2892

Un lustre possède quatre ampoules distinctes en poids et en tailles ; son armature en fer est de forme rectangulaire et de dimension $30\,cm$ sur $10\,cm$. Une représentation de ce lustre est donnée ci-dessous :



1. Tracer dans le plan le rectangle $ABCD$ à l'échelle $^1\!/_2$.

On souhaite trouver le centre de gravité de cette figure ; pour cela, on associe à ce problème le système pondéré $\Big\{(A\,;3)\,;\,(B\,;2)\,;\,(C\,;1)\,;\,(D\,;3)\Big\}$ et on recherche la position du point G :

2. Placer les points suivants :

   a. I barycentre partiel des points A et B.

   b. J le barycentre partiel des points B et C.

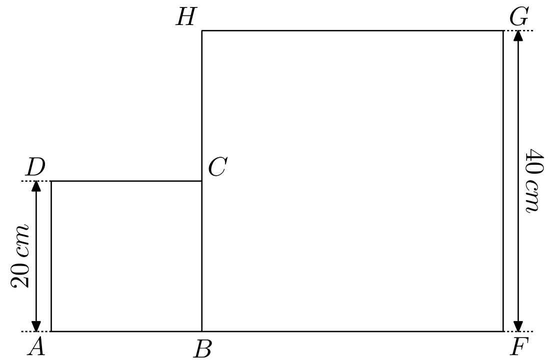
   c. K le barycentre partiel des points C et D.

   d. L le barycentre partiel A et D.

3. En déduire la position du point G sur la figure.

Exercice 2894

On considère une plaque de métal homogène et d'épaisseur constante ; on effectue la découpe suivant.



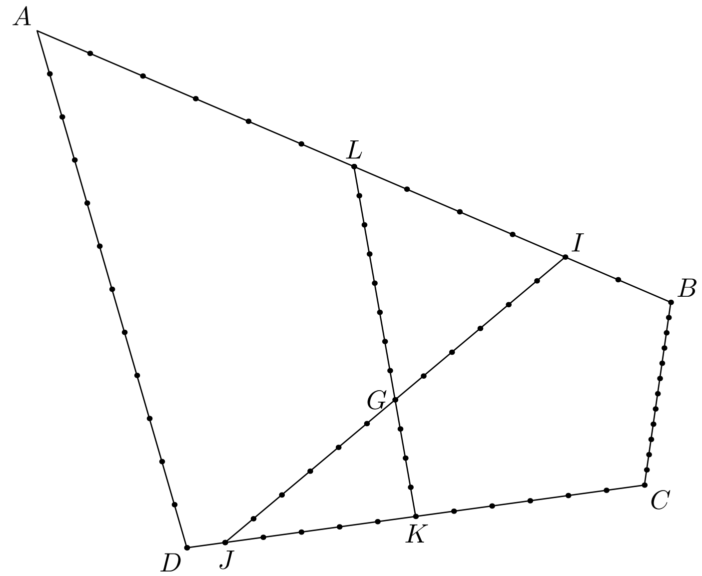
Les quadrilatères $ABCD$ et $CDEF$ sont deux carrés de côtés respectifs $20\,cm$ et $40\,cm$

1. Déterminer l'aire respective des deux carrés.

2. En déduire la position du centre de gravité de cette plaque.

☐ **Exercice 2900**

Dans le plan, on considère le quadrilatère $ABCD$; chacun de ses côtés ont été partagés en douze parties égales. Les points I, J, K, L font parties de ce marquage ; les segments $[IJ]$ et $[KL]$ ont été partagés de la même façon.



Déterminer deux pondérations non-homogènes du système $\big\{A\,;\,B\,;\,C\,;\,D\big\}$ admettant le point G pour barycentre.

11. Barycentre et coordonnées :

☐ **Exercice 2474**

On munit le plan du repère $\big(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\big)$. On considère les points A, B, C de coordonnées respectives $(2\,;5)$, $(3\,;-2)$, et $(-3\,;-1)$

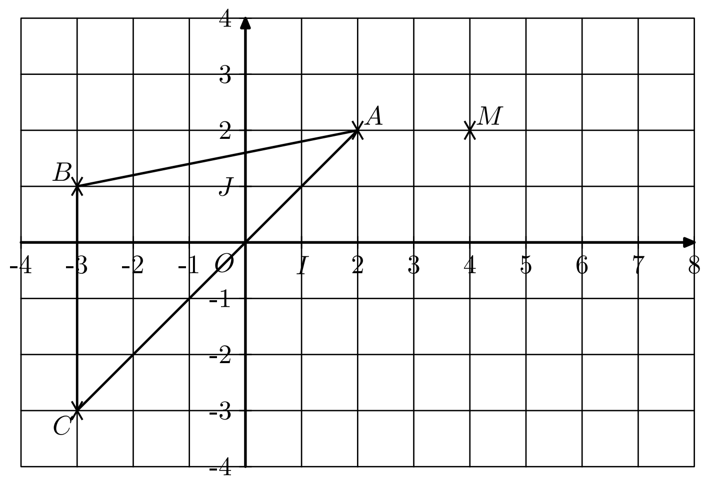
On considère le système pondéré suivant :

$$\big\{(A\,;1)\ ;\ (B\,;2)\ ;\ (C\,;4)\big\}$$

Déterminer les coordonnées du point G barycentre de ce système.

☐ **Exercice 2901**

On considère le plan muni du repère orthonormé $\big(O\,;I\,;J\big)$ représenté ci-dessous :



Les points A, B, C ont pour coordonnées respectives : $(2\,;2)$, $(-3\,;1)$, $(-3\,;-3)$.

On considère le système pondéré ci-dessous ayant pour le point G pour barycentre :

$$G\big\{(A\,;2)\,;(B\,;-1)\,;(C\,;1)\big\}$$

1. a. Déterminer les coordonnées du point G.

   b. Placer le point G dans le repère.

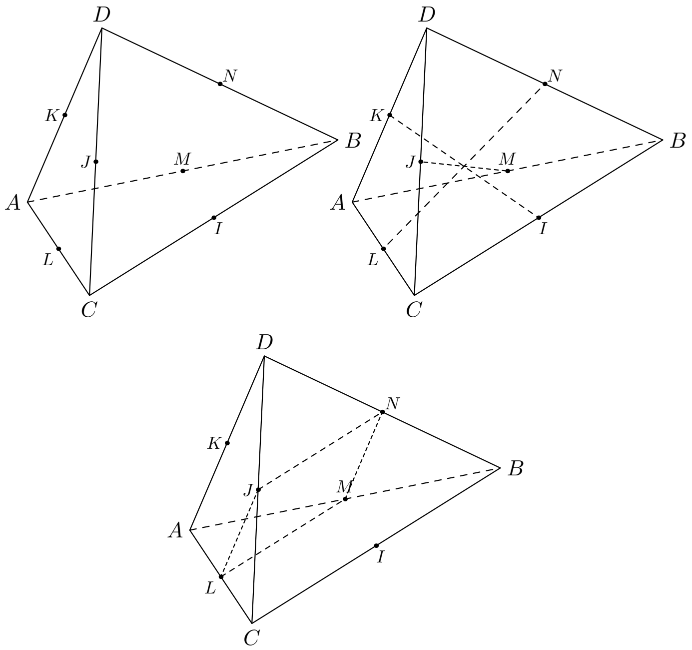
2. Soit M le point du plan ayant pour coordonnée $(4\,;2)$. Placer le point H vérifiant la relation :

   $$\overrightarrow{MH} = 2\cdot\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$

12. Barycentre dans l'espace :

☐ **Exercice 2486**

On considère le tétraèdre $ABCD$ ci-dessous où I, J, K, L, M, N sont les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[DC]$, $[AD]$, $[AC]$, $[AB]$, $[BD]$.



En se servant de l'isobarycentre du tétraèdre, montrer les deux question suivantes :

1. Montrer que les droites (JM), (KI), (LN) sont concourantes.

2. Montrer que le quadrilatère $JLMN$ est un parallélogramme.

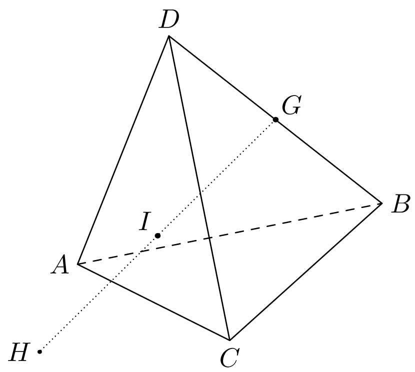
Pour les deux quesitons suivantes, on se servira des théorèmes de géométrie classique :

3. Montrer que le quadrillatère $JLMN$ est un parallélogramme.

4. En déduire que les trois droites reliants les milieux de côtés opposés sont concourantes.

Exercice 2519

On considère le tétraèdre $ABCD$ ci-dessous :



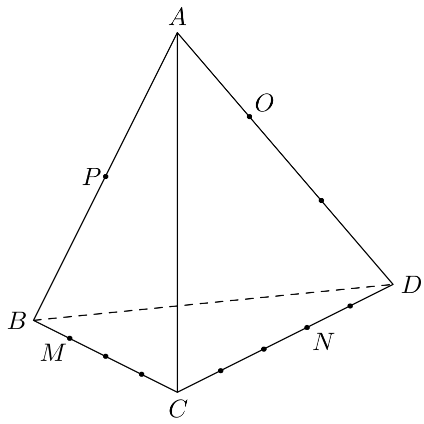
On considère :

- Le point G barycentre du système : $\Big\{(D\,;2)\,;\,(B\,;2)\Big\}$.
- Le point H barycentre du système : $\Big\{(A\,;3)\,;\,(B\,;-2)\,;\,(C\,;3)\Big\}$.

On nomme I le milieu du segment $[GH]$. Justifier que le point I appartient au plan (ADC).

Exercice 2870

On considère l e trétraèdre $ABCD$ présenté ci-dessous :



Les arêtes de ce tétraèdre ont été partagées en part égales. Les points M, N, O, P sont respectivement des points des arêtes $[BC]$, $[CD]$, $[AD]$, $[AB]$.

1. Déterminer la pondération, si elle existe, des sommets du tétraèdre afin que les points M, N, O, P soient les barycentres partiels des extrèmités des arêtes auxquelles ils appartiennent.

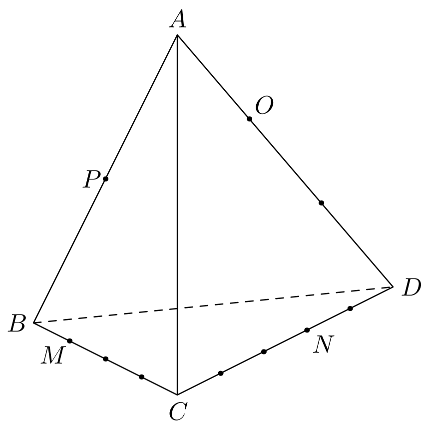
2. Notons G le barycentre de ce tétraèdre :

   a. Justifier que le point G appartient à la droite (PN).

   b. En déduire que les points M, N, O, P sont coplanaires.

Exercice 2872

On considère l e trétraèdre $ABCD$ présenté ci-dessous :



Les arêtes de ce tétraèdre ont été partagées en part égales. Les points M, N, O, P sont respectivement des points des arêtes $[BC]$, $[CD]$, $[AD]$, $[AB]$.

1. Déterminer la pondération, si elle existe, des sommets du tétraèdre afin que les points M, N, O, P soient les barycentres partiels des extrèmités des arrêtes auxquelles ils appartiennent.

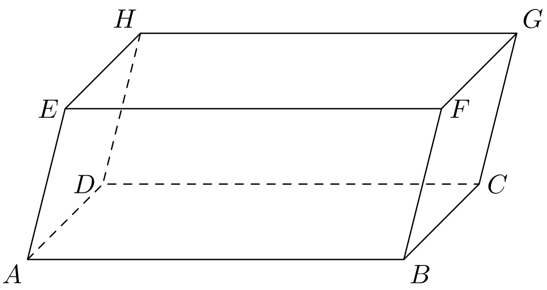
2. Notons G le barycentre de ce tétraèdre :

   a. Justifier que le point G appartient à la droite (PN).

   b. En déduire que les points M, N, O, P sont coplanaires.

Exercice 2881

On considère le parallélépipède $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :



Le système pondéré suivant admet le point N comme barycentre :

$$\{(A;1);(B;-1);(E;-1);(D;-1)\}$$

1. a. Donner un représentant, à l'aide des points de cette figure, de la somme suivante :
$\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}$

   b. Etablir que le point N est le milieu du segment $[AG]$.

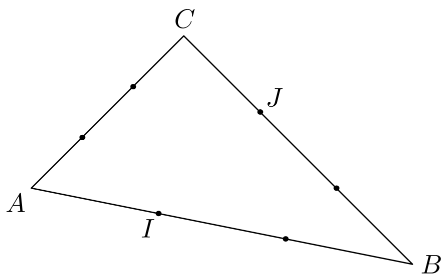
2. On munit l'espace du repère $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE}\right)$. En se servant des coordonnées des points, établir que le point N est le milieu du segment $[AG]$.

3. On considère le système $\{E;F;A;H\}$; déterminer la pondération de ce système afin que son barycentre soit le point N

255. Exercices non-classés :

Exercice 2966

Dans le plan, on considère le triangle ABC représenté ci-dessous où ses côtés sont partagés en trois parties égales.



1. a. Justifier que les deux systèmes pondérés suivants admettent le même barycentre :
$$\{(A;2);\ (B;1);\ (B;1);\ (C;2)\}$$
$$\{(I;1);\ (J;1)\}$$

   b. Justifier que le milieu du segment $[IJ]$ est le centre de gravité du triangle.

2. Placer les points suivants en servant uniquement d'une règle non-graduée ; les traits de construction doivent être présent sur la figure mais aucune justification n'est demandée :

   a. Le point G centre de gravité du triangle ABC

   b. Le point H milieu du segment $[AC]$.

