

# Troisième / Théorème de Thalès

## 1. Introduction aux configurations de Thalès :

### Exercice 2163

Dans chaque cas, trouver la longueur  $OM$  vérifiant l'égalité :

a.  $\frac{OM}{3} = \frac{5}{9}$

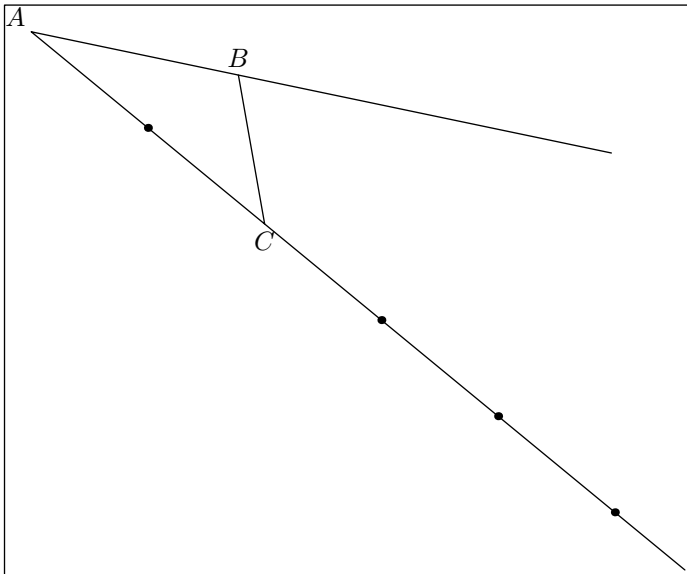
b.  $\frac{2}{OM} = \frac{4}{3}$

c.  $\frac{5}{8} = \frac{8}{OM}$

d.  $\frac{OM+1}{OM} = \frac{9}{8}$

### Exercice 652

1. On considère les deux demi-droites  $[AC)$  et  $[AB)$



Les points représentés sur la demi-droite  $[AC)$  sont équitablement répartis sur celle-ci.

- Nommer  $N$  un des points représentés sur la demi-droite  $[AC)$ .
- Tracer la parallèle à la droite  $(BC)$  passant par  $N$ . Nommer  $M$  le point d'intersection de cette parallèle avec la demi-droite  $[AB)$ .
- Remplacer les valeurs "grisées", présentes dans le tableau ci-dessous, par la mesure du segment associé :

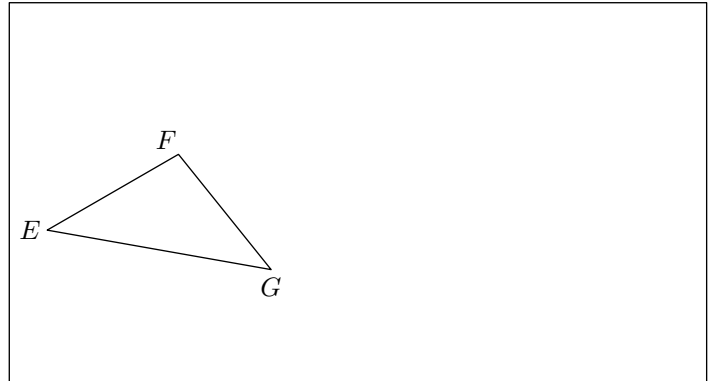
$[AB]$	$[AC]$	$[BC]$
$[AM]$	$[AN]$	$[MN]$

- Que peut-on dire du tableau précédent ?
- Vérifier l'égalité ci-dessous est vérifiée ou non :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

2. On considère le triangle  $EFG$  ci-dessous et on souhaite construire un "agrandissement" et vérifier certaines propriétés de ces deux triangles :

propriétés de ces deux triangles :

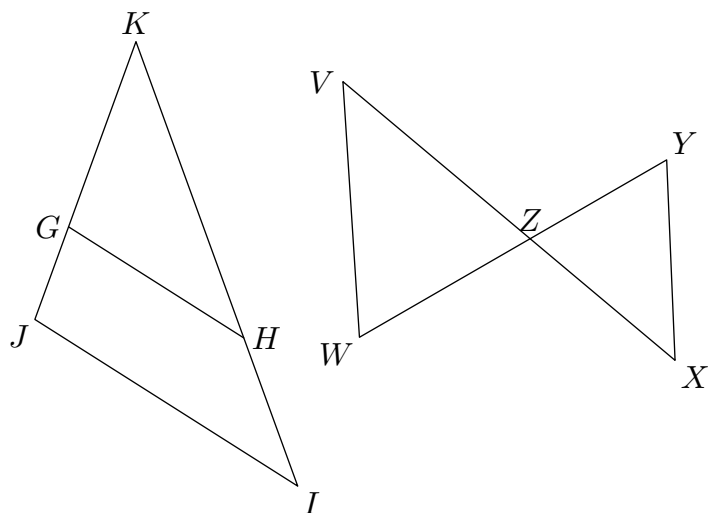


- Placer le point  $P$  sur la demi-droite  $[EF)$  et le point  $Q$  sur la demi-droite  $[EG)$  tels que :  
 $EP = 2,5 \times EF$  ;  $EQ = 2,5 \times EG$ .
- Que peut-on dire des droites  $(FG)$  et  $(PQ)$  ?
- Comparer les mesures de  $[FG]$  et  $[PQ]$ .

### Exercice 2167

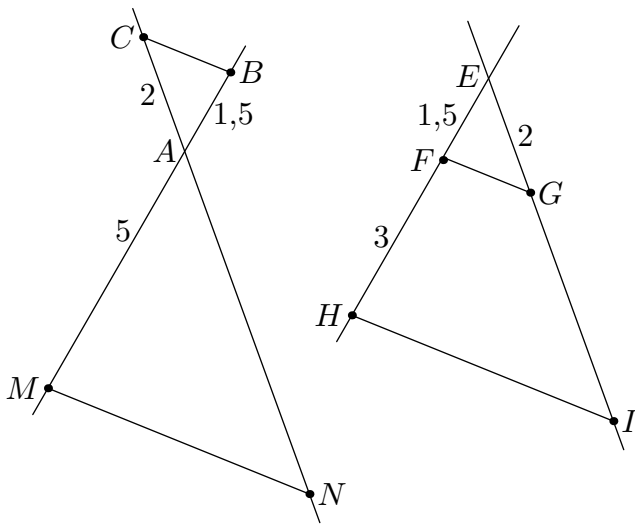
Nous avons représenté deux configurations de Thalès où  $(GH) \parallel (IJ)$  et  $(XY) \parallel (VW)$ .

Dans chaque cas, citer les égalités de quotient de longueurs données par le théorème de Thalès :



### Exercice 3451

On considère les deux configurations suivantes dans le plan :



Les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  et les droites  $(FG)$  et  $(HI)$  sont respectivement parallèles entre elles.

1. A l'aide du théorème de Thalès, déterminer la longueur du segment  $[AN]$ .
2. a. Donner la longueur du segment  $[EH]$ .  
b. A l'aide du théorème de Thalès, déterminer la longueur du segment  $[EI]$ .  
c. En déduire que la longueur du segment  $[GI]$ .

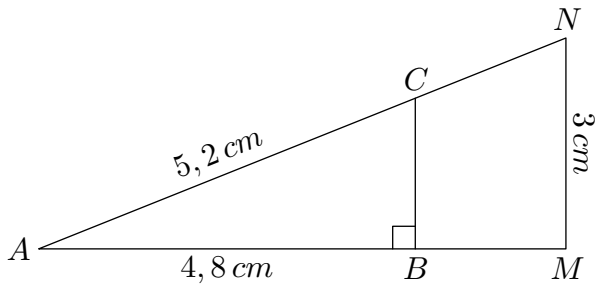
## 2. Théorème de Thalès ⚠ :

### Exercice 662 🟢 ⚠

1. Construire le triangle  $ABC$  tel que :  
 $AB = 7,5 \text{ cm}$  ;  $BC = 10 \text{ cm}$  ;  $AC = 12,5 \text{ cm}$ .
2. Montrer que le triangle  $ABC$  est rectangle.
3. a.  $M$  est un point du segment  $[BC]$  tel que  $BM = 4 \text{ cm}$ .  
Placer le point  $M$  et construire la droite  $(d)$  parallèle à la droite  $(AC)$  passant par  $M$ .  
La droite  $(d)$  coupe  $[AB]$  au point  $N$ .  
b. Calculer  $BN$  et  $MN$ .

### Exercice 3452 🟢

Dans le plan, on considère la configuration ci-dessous :



Voici les propriétés de la figure :

- Le point  $C$  appartient à la droite  $[AN]$  ;
- le point  $B$  appartient à la droite  $[AM]$  ;
- le triangle  $ABC$  est un triangle rectangle en  $B$  ;
- les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles.

## 4. Théorème de Thalès ⚠ :

### Exercice 3453 🟢

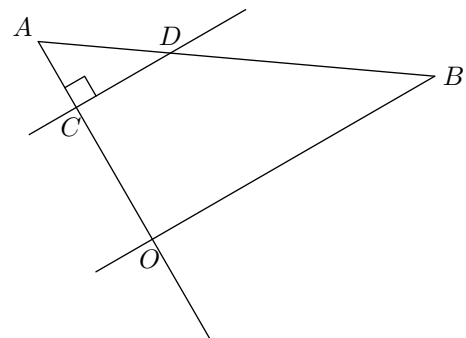
Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de diamètre  $[AB]$  mesurant  $6 \text{ cm}$  ; soit  $C$  un point du cercle  $\mathcal{C}$  tel que  $BC = 4,8 \text{ cm}$ .

Le point  $M$  appartient au diamètre  $[AB]$  vérifiant la relation :

$$AM = \frac{1}{3} \cdot AB$$

Le point  $N$  appartient à la droite  $(AC)$  tel que les droites  $(NM)$  et  $(BC)$  sont parallèles.

Une représentation de cette configuration est donnée ci-dessous :



1. Déterminer la mesure du segment  $[BC]$ .
2. a. Déterminer la longueur du segment  $[AN]$ .  
b. Donner la longueur du segment  $[CN]$ .

### Exercice 2190 🟢 ⚠

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas dessinée en vrai grandeur.

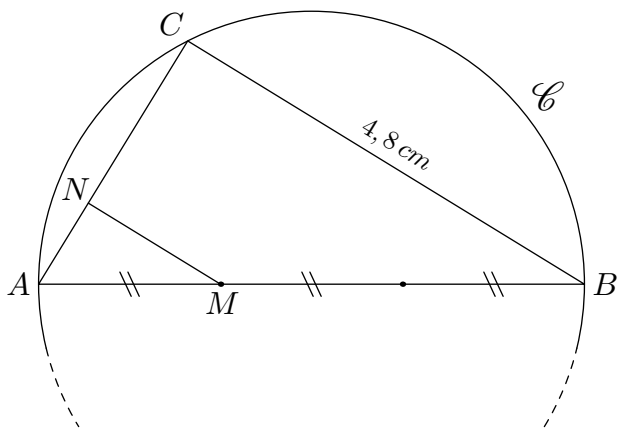
L'unité de longueur est le centimètre.

Les droites  $(CD)$  et  $(OA)$  sont perpendiculaires.

On donne :

$$OA = 9 \text{ ; } OB = 12 \text{ ; } AB = 15 \text{ ; } AC = 3$$

1. Démontrer que le triangle  $AOB$  est rectangle et en déduire que les droites  $(CD)$  et  $(OB)$  sont parallèles.
2. En justifiant le raisonnement, démontrer que :  $CD = 4$ .
3. Un élève affirme que l'aire du triangle  $AOB$  est égale à trois fois l'aire du triangle  $ACD$ .  
Que pensez-vous de cette affirmation ? Justifier votre réponse.

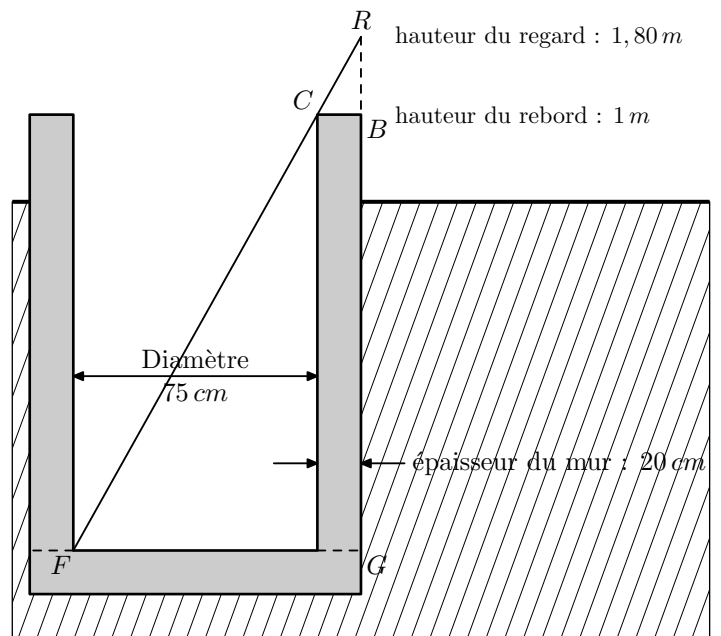


- Justifier que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$ .
  - Déterminer la longueur du segment  $[AC]$ .
- Déterminer, à l'aide du théorème de Thalès, la mesure du segment  $[AN]$ .

### Exercice 5049



Un jeune berger se trouve au bord d'un puits de forme cylindrique dont le diamètre vaut  $75\text{ cm}$  : il aligne son regard avec le bord inférieur du puits et le fond du puits pour en estimer la profondeur.



Le fond du puits et le rebord sont horizontaux. Le puits est vertical.

- En s'aidant du schéma ci-dessous (*il n'est pas à l'échelle*), donner les longueurs  $CB$ ,  $FG$ ,  $RB$  en mètres.
- Calculer la profondeur  $BG$  du puits.
- Le berger s'aperçoit que la hauteur d'eau dans le puits est  $2,60\text{ m}$ .  
Le jeune berger a besoin de  $1\text{ m}^3$  d'eau pour abreuver tous ses moutons. En trouvera-t-il suffisamment dans ce puits?

## 5. Théorème de Thalès et équation :

### Exercice 5021



Résoudre les équations suivantes :

a. $\frac{7}{x} = \frac{21}{4}$	b. $\frac{15}{8} = \frac{x}{9}$	c. $\frac{x}{32} = \frac{5}{8}$
d. $\frac{x}{x+1} = \frac{1}{3}$	e. $\frac{x+2}{3x-4} = \frac{2}{3}$	f. $\frac{2x}{x-3} = 4$

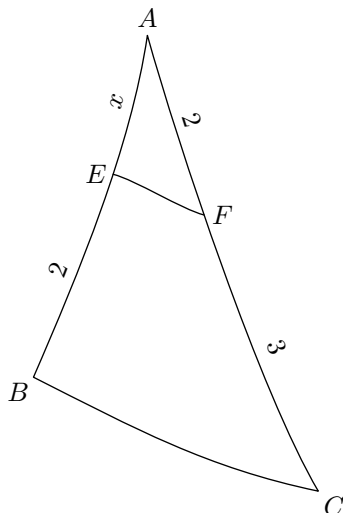
### Exercice 658



La figure ci-contre a été réalisée à main levée ; on a les propriétés suivantes :

- le point  $E$  appartient à la droite  $(AB)$  ;
- le point  $F$  appartient à la droite  $(AC)$  ;
- les droites  $(EF)$  et  $(BC)$  sont parallèles.

Déterminer la valeur de " $x$ ".



### Exercice 655



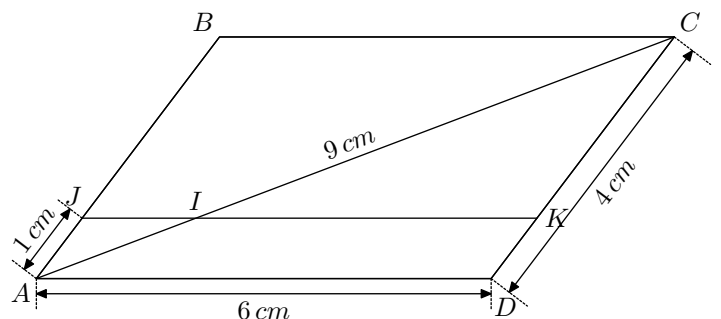
On considère un parallélogramme  $ABCD$  tel que :

$$AD = 6\text{ cm} ; CD = 4\text{ cm} ; AC = 9\text{ cm}$$

Soit  $J$  le point du segment  $[AB]$  vérifiant :  $AJ = 1\text{ cm}$ .

La droite parallèle à la droite  $(AD)$  passant par le point  $J$  intercepte la droite  $(AC)$  et la droite  $(CD)$  respectivement en  $I$  et en  $K$ .

La figure ci-dessous représente cette situation :



- Justifier que les droites  $(IJ)$  et  $(BC)$  sont parallèles.
  - Déterminer la mesure du segment  $[AI]$ .
- Déterminer la mesure du segment  $[KC]$ .
  - En déduire la mesure du segment  $[IJ]$ . On notera  $x$  la longueur du segment  $[IJ]$ .

## 6. Réciproque du théorème de Thalès ⚠ :

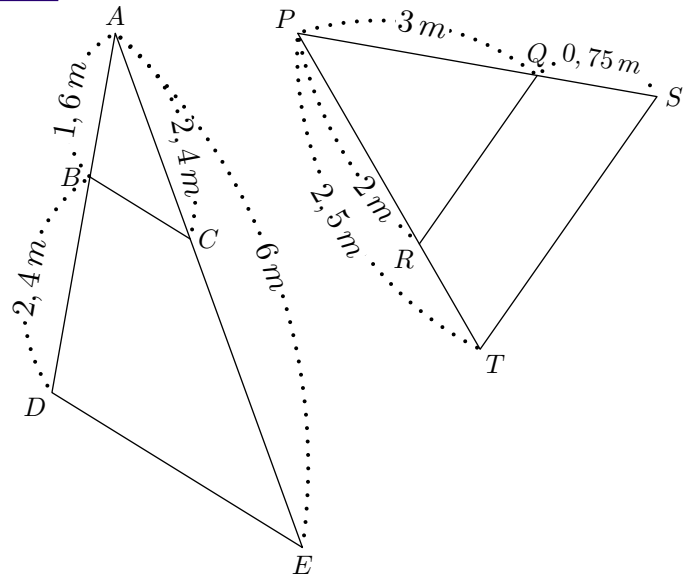
### Exercice 3470 🍷

Prouver, sans l'usage de la calculatrice, que chacun des couples de quotient ci-dessous sont égaux :

- a.  $\frac{1,4}{6}$  et  $\frac{7}{30}$       b.  $\frac{3}{1,2}$  et  $\frac{5}{2}$   
 c.  $\frac{0,01}{0,04}$  et  $\frac{0,3}{1,2}$       d.  $\frac{7,2}{1,6}$  et  $\frac{5,4}{1,2}$

### Exercice 5668 ✂

On considère les deux configurations ci-dessous composées de deux triangles  $ADE$  et  $PST$ .



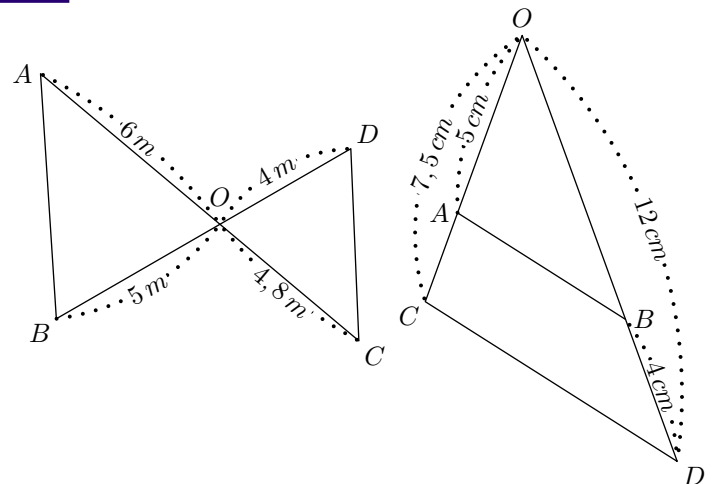
Etablir que les deux parallélismes de droites suivants :

- a.  $(BC) \parallel (DE)$       b.  $(QR) \parallel (ST)$

## 7. Réciproque du théorème de Thalès ⚠ :

### Exercice 666 🍷

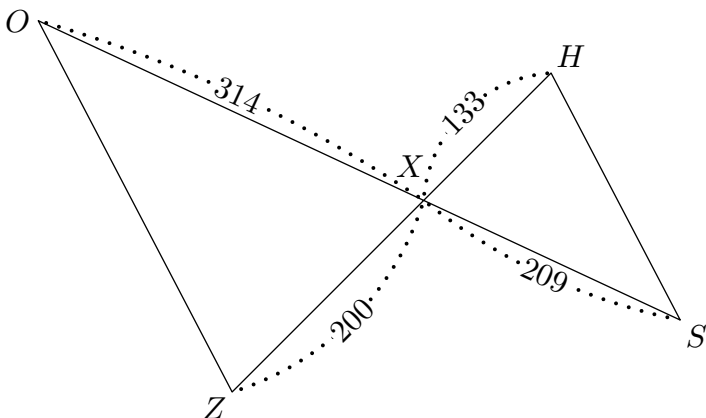
Dans chacune des deux configurations, montrer que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles :



## 8. Contraposé du théorème de Thalès 🚫 :

### Exercice 667 🍷

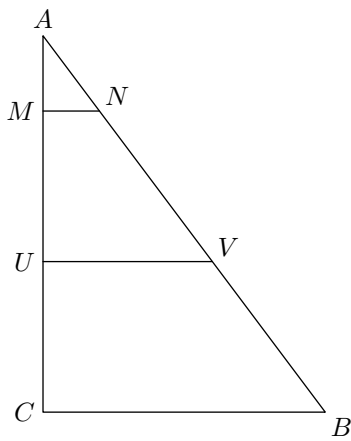
Montrer que les droites  $(OZ)$  et  $(HS)$  ne sont pas parallèles :



### Exercice 657 🍷

Un menuisier vient de créer l'armoire suivante. La planche  $[CB]$  repose directement sur le sol. Il a relevé les dimensions suivantes :

- $AC = 2 \text{ m}$  ;  $AB = 2,5 \text{ m}$  ;  $AM = 0,4 \text{ m}$   
 $CU = 0,8 \text{ m}$  ;  $AN = 0,6 \text{ m}$  ;  $VB = 1 \text{ m}$



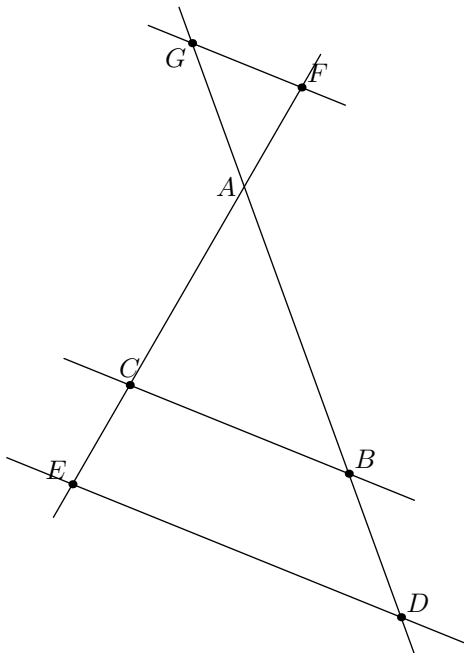
1. Est ce que la planche  $MN$  est en position horizontale?
2. Même question pour la planche  $UV$ .

### 9. Théorème et réciproque de Thalès :

#### Exercice 671



L'unité de longueur est le centimètre



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, les droites  $(BC)$  et  $(GF)$  sont parallèles. On sait que :

$$AB = 3 \quad ; \quad CE = 2,4 \quad ; \quad AC = 4 \quad ; \quad BD = 1,8$$

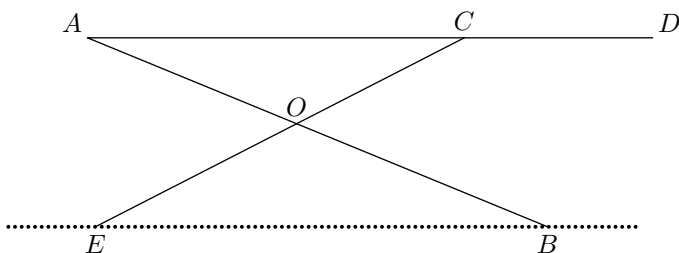
$$BC = 4,5 \quad ; \quad AF = 3,6$$

1. Calculer la longueur  $GF$ .
2. Les droites  $(BC)$  et  $(ED)$  sont-elles parallèles? Justifier.

#### Exercice 673



La figure ci-dessous donne le schéma d'une table à repasser.



Le segment  $[AB]$  et  $[EC]$  représentent les pieds. Les droites  $(AB)$  et  $(EC)$  se coupent en  $O$ . On donne :

$$AD = 125\text{cm} \quad ; \quad AC = 100\text{cm} \quad ; \quad OA = 60\text{cm}$$

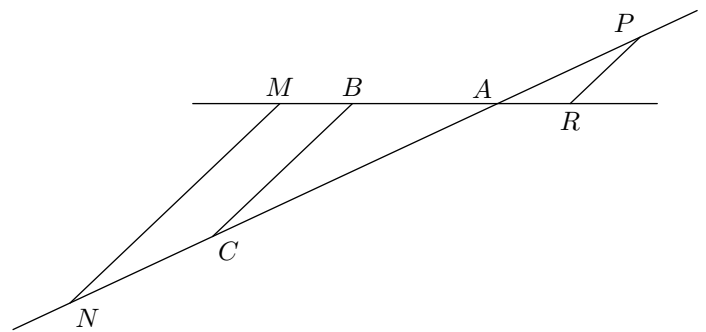
$$OB = 72\text{cm} \quad ; \quad OE = 60\text{cm} \quad ; \quad OC = 50\text{cm}$$

1. Montrer que la droite  $(AC)$  est parallèle à la droite  $(EB)$ .
2. Calculer l'écartement  $EB$  en  $cm$ .

#### Exercice 659



On précisera pour chacune des deux questions de cet exercice la propriété de cours utilisée



La figure ci-contre n'est pas représentée en vraie grandeur. Les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles. On donne les longueurs suivantes :

$$AB = 2,4\text{ cm} \quad ; \quad AC = 5,2\text{ cm} \quad ; \quad AN = 7,8\text{ cm} \quad ; \quad MN = 4,5\text{ cm}$$

1. Calculer les longueurs  $AM$  et  $BC$ .
2. Sachant que  $AP = 2,6\text{ cm}$  et  $AR = 1,2\text{ cm}$ , montrer que les droites  $(PR)$  et  $(BC)$  sont parallèles.

#### Exercice 668



$ABCD$  est un parallélogramme tel que :

$$AB = 8\text{ cm} \quad ; \quad AD = 4,5\text{ cm}$$

$E$  est un point de la droite  $(AD)$  tel que :

$$AE = 1,5\text{ cm} \text{ et } E \text{ n'est pas sur le segment } [AD].$$

La droite  $(EC)$  coupe le segment  $[AB]$  en  $M$ .

1. Calculer  $AM$ .
2. Placer le point  $N$  sur le segment  $[DC]$  tel que :

$$DN = \frac{3}{4} \times DC$$

3. Démontrer que les droites  $(AN)$  et  $(EC)$  sont parallèles.

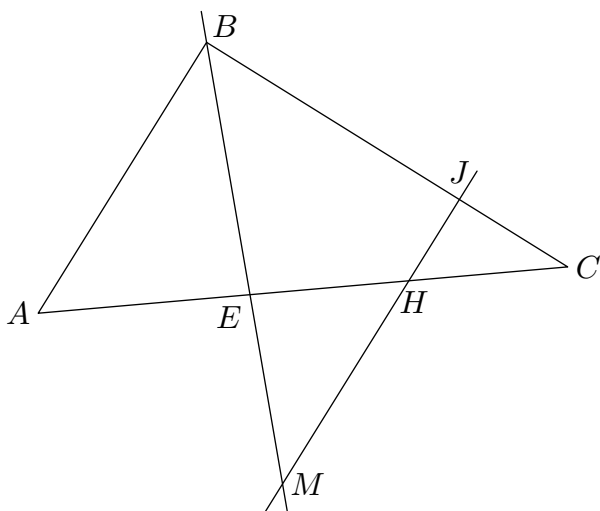
#### Exercice 663



On considère le triangle  $ABC$  ci-dessous, tel que :

$$AB = 6 \text{ cm} \quad ; \quad AC = 10 \text{ cm} \quad ; \quad BC = 8 \text{ cm}$$

Soit  $E$  le point de  $[AC]$  tel que  $AE = 4 \text{ cm}$  et  $J$  le point de  $[BC]$  tel que  $CJ = 2,4 \text{ cm}$ . Soit  $H$  le milieu de  $[EC]$  et  $M$  le point d'intersection des droites  $(BE)$  et  $(JH)$ .



(sur la figure les dimensions ne sont pas respectées)

1. Prouver que les droites  $(JH)$  et  $(AB)$  sont parallèles.
2. En déduire le calcul de la longueur  $HM$ .

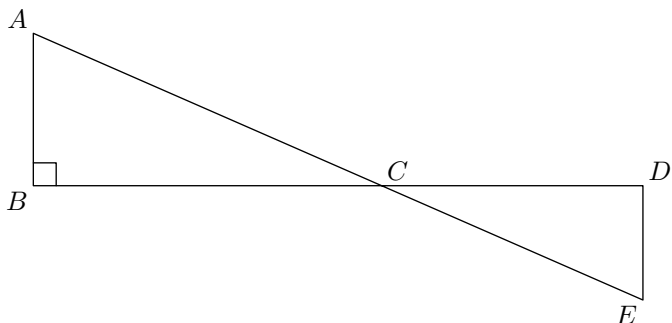
**Exercice 664**

1. a. Tracer un triangle  $ABC$  tel que :  
 $AC = 7,5 \text{ cm} \quad ; \quad BC = 10 \text{ cm} \quad ; \quad AB = 6 \text{ cm}$
- b. Placer  $E$  sur  $[AC]$  tel que  $AE = 4,5 \text{ cm}$  et  $F$  sur  $[BC]$  tel que  $BF = 6 \text{ cm}$
2. Les droites  $(AB)$  et  $(EF)$  sont-elles parallèles ? Justifier.
3. On trace la droite parallèle à  $(AB)$  passant par  $C$ . Cette droite coupe  $(BE)$  en  $L$ . Déterminer  $CL$ .

10. Théorème, réciproque de Thalès et un peu plus :

**Exercice 650**

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de la reproduire.



Les points  $A, C$  et  $E$  sont alignés, ainsi que les points  $B, C$  et  $D$ .

Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ .

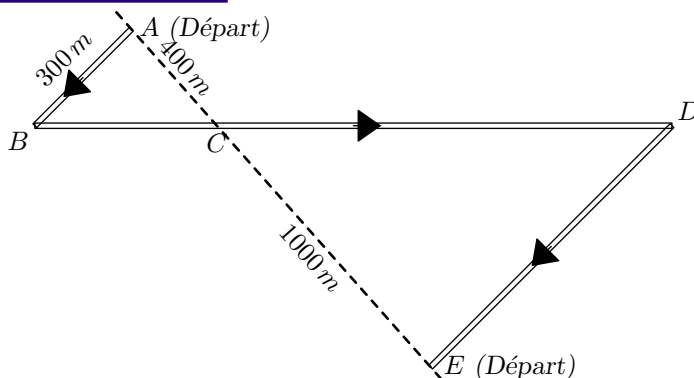
Les longueurs suivantes sont exprimées en centimètres :

$$BC = 12 \quad ; \quad CD = 9,6 \quad ; \quad DE = 4 \quad ; \quad CE = 10,4$$

1. Montrer que le triangle  $CDE$  est rectangulaire en  $D$ .
2. En déduire que les droites  $(AB)$  et  $(DE)$  sont parallèles.
3. Calculer la longueur  $AB$ .

**Exercice 5047**

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté par la figure ci-dessous :



On convient que :

- Les droites  $(AE)$  et  $(BD)$  se coupent en  $C$ .
- Les droites  $(AB)$  et  $(DE)$  sont parallèles.
- $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$ .

Calculer la longueur réelle du parcours  $ABCDE$

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

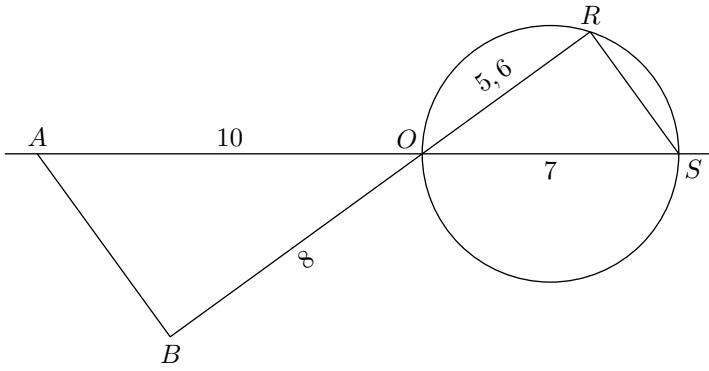
**Exercice 672**

1. Construire un triangle  $ABC$  rectangle en  $A$  tel que :  
 $AB = 6 \text{ cm} \quad ; \quad BC = 10 \text{ cm}$
2. Calculer  $AC$ .
3. a. Placer le point  $I$  milieu du segment  $[BC]$  puis tracer la médiane  $(AI)$  du triangle  $ABC$ .
  - b. Montrer que :  $IA = 5 \text{ cm}$ .
4. a. Placer le point  $M$  sur le segment  $[AI]$  tel que :  
 $IM = 2 \text{ cm}$ 
  - b. Tracer la parallèle à  $(AB)$  passant par  $M$ . Elle coupe  $[BC]$  en  $P$
  - c. Calculer  $IP$ .

5. a. Placer sur le segment  $[IC]$  le point  $N$  tel que  $IN = 2 \text{ cm}$  puis tracer la droite  $(MN)$ .  
 b. Démontrer que  $(MN)$  et  $(AC)$  sont parallèles

**Exercice 3460**

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. Il n'est pas demandé de la reproduire.

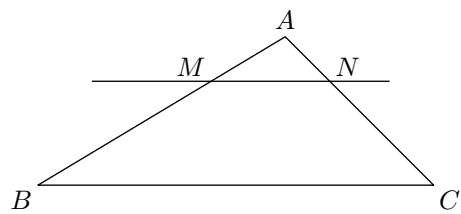


$\mathcal{C}$  est un cercle de diamètre  $[OS]$  tel que :  $OS = 7 \text{ cm}$ .  
 $R$  est un point du cercle tel que :  $OR = 5,6 \text{ cm}$ .  
 $A$  est le point de la demi-droite  $[SO)$  tel que :  $OA = 10 \text{ cm}$ .  
 $B$  est le point de la demi-droite  $[RO)$  tel que :  $OB = 8 \text{ cm}$ .

- Démontrer que les droites  $(AB)$  et  $(RS)$  sont parallèles.
- Déterminer la nature du triangle  $ORS$ , puis celle du triangle  $AOB$ .
- Déterminer la mesure des longueurs  $RS$  et  $AB$  par la méthode de votre choix.

**Exercice 2169**

- Résoudre le système : 
$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x - y = 4,5 \end{cases}$$
- Dans le triangle  $ABC$  ci-dessous, on donne :  
 $AB = 6 \text{ cm}$  ;  $BC = 9 \text{ cm}$   
 $M$  est le point de  $[AB]$  tel que :  $AM = 2 \text{ cm}$ .  
 La droite parallèle à  $(BC)$  passant par  $M$  coupe  $[AC]$  en  $N$ .



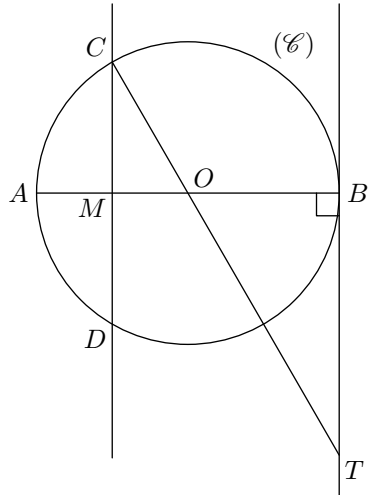
- Calculer  $MN$ .
  - Donner la valeur de  $\frac{AN}{AC}$
3. On suppose que  $[NC]$  mesure  $4,5 \text{ cm}$  et l'on pose  $AN = y$  et  $AC = x$ .
- Etablir les égalités :  $x - y = 4,5$  ;  $x - 3y = 0$
  - Calculer  $AN$  et  $AC$ , en utilisant éventuellement les questions 1. et 3. a.

**Remarque :** les calculs sont possibles même si les questions 1. et 3. a. n'ont pas été traités.

**Exercice 2354**

La figure ci-contre n'est pas à refaire sur la copie. Elle n'est pas donnée en vraie grandeur.

Le rayon du cercle  $(\mathcal{C})$  de centre  $O$  est égal à  $3 \text{ cm}$ .  $[AB]$  est un diamètre de ce cercle. Les points  $C$  et  $D$  appartiennent au cercle et la droite  $(CD)$  est la médiatrice du rayon  $[OA]$ .  $M$  est le point d'intersection de  $(CD)$  et  $(AB)$ . La droite  $(OC)$  coupe en  $T$  la tangente au cercle  $(\mathcal{C})$  au point  $B$ .



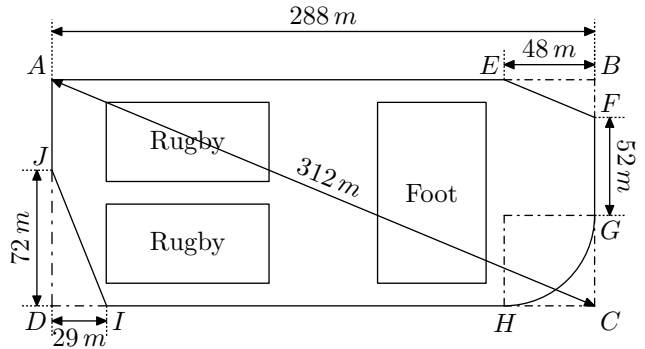
- Montrer que  $(CM)$  et  $(BT)$  sont parallèles.
- Calculer, en utilisant la propriété de Thalès, la longueur  $OT$ .
- Démontrer que le triangle  $COA$  est équilatéral.

**11. Exercices non-classés :**

**Exercice 5690**

Dans cet exercice, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

La ville BONVIVRE possède une plaine de jeux bordée d'une piste cyclable. La piste cyclable a la forme d'un rectangle  $ABCD$  dont on a "enlevé trois des coins".  
 Le chemin de  $G$  à  $H$  est un arc de cercle ; les chemins de  $E$  à  $F$  et de  $I$  à  $J$  sont des segments.  
 Les droites  $(EF)$  et  $(AC)$  sont parallèles.



Quelle est la longueur de la piste cyclable? Justifier la réponse.

**Exercice 5695**

On a modélisé géométriquement un tabouret pliant par les segments  $[CB]$  et  $[AD]$  pour l'armature métallique et le segment  $[AC]$  pour le tissu.  
 Troisième - Théorème de Thalès - <http://chingatome.net>

ment  $[CD]$  pour l'assise en toile.

On a :  $CG = DG = 30 \text{ cm}$ ,  $AG = BG = 45 \text{ cm}$  et  $AB = 51 \text{ cm}$ .

Pour des raisons de confort, l'assise  $[CD]$  est parallèle au sol représenté par la droite  $(AB)$ .

Déterminer la longueur  $CD$  de l'assise.

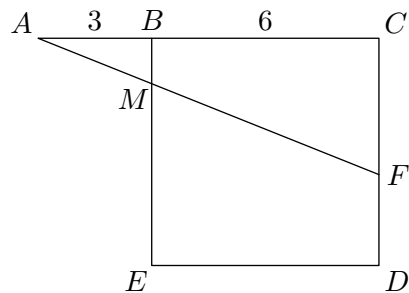
*Vous laisserez apparentes toutes vos recherches. Même si le travail n'est pas terminé, il en sera tenu compte dans la notation.*

### Exercice 5923



*Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*

On considère la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur.



$BCDE$  est un carré de  $6 \text{ cm}$  de côté. Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont alignés et  $AB = 3 \text{ cm}$ .

$F$  est un point du segment  $[CD]$ .

La droite  $(AF)$  coupe le segment  $[BE]$  en  $M$ .

Déterminer la longueur  $CF$  par calcul ou par construction pour que les longueurs  $BM$  et  $FD$  soient égales.

### Exercice 6282



### Il sera tenu compte de toute trace de réponse même incomplète dans l'évaluation

Joachim doit traverser une rivière avec un groupe d'amis.

Il souhaite installer une corde afin que les personnes peu rasurés puissent se tenir.

Il veut connaître la largeur de la rivière à cet endroit (nommé  $D$ ) pour déterminer si la corde dont il dispose est assez longue.

Pour cela, il a repéré un arbre (nommé  $A$ ) sur l'autre rive.

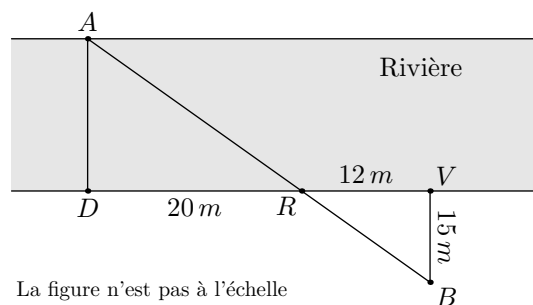
Il parcourt  $20$  mètres sur la rive rectiligne où il se situe et trouve un nouveau repère : un rocher (nommé  $R$ ).

Ensuite, il poursuit sur  $12$  mètres et s'éloigne alors de la rivière, à angle droit, jusqu'à ce que le rocher soit aligné avec l'arbre depuis son point d'observation (nommé  $B$ ).

Il parcourt pour cela  $15 \text{ m}$ .

Il est alors satisfait : sa corde d'une longueur de  $30$  mètres est assez longue pour qu'il puisse l'installer entre les points  $D$  et  $A$ .

A l'aide de la figure, confirmer sa décision.



La figure n'est pas à l'échelle