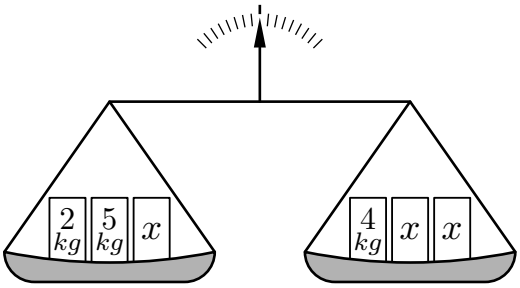
Troisième / Equations

1. Rappels :

Exercice 5250

On considère la balance pour laquelle sont déposés trois poids sur chacun de ces deux plateaux :



La masse de chaque poids est notée sur la face avant du poids. Tous les poids notés "x" sont de masse identique mais leur masse va changer au cours des questions :

1. De quel côté penche la balance lorsque les poids notés "x" ont pour masse $2\,kg$?
2. De quel côté penche la balance lorsque les poids notés "x" ont pour masse $10\,kg$?
3. Quel masse doit-on attribuer aux poids "x" afin que la balance soit équilibrée ?

Exercice 841

Donner la valeur des expressions suivantes pour $x = 4$:

a. $3x + 4$ b. $-2x + 1 + 3\times(2x - 1)$

c. $x^2 - 2x + 1$ d. $\dfrac{x^2 - 4}{x}$

Exercice 811

Dire si les équations suivantes acceptent pour solution $x = 2$:

a. $3x + 1 = 2x - 1$ b. $3(x + 1) - 3(2 - x) = x + 1$

c. $\dfrac{2x + 1}{3x + 4} = \dfrac{1}{2}$ d. $\sqrt{3x^2 + 4} = 4$

Exercice 5256

On considère l'équation (E) définie par :
(E) : $3x + 2 = 6 - x$

1. Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E).
2. a. Ecrire l'équation (E') en enlevant 4 à chaque membre de l'équation (E').
   b. Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E').

   .
3. a. Ecrire l'équation (E'') en multipliant par 3 chaque membre de l'équation (E).
   b. Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E'').

2. Poser une équation :

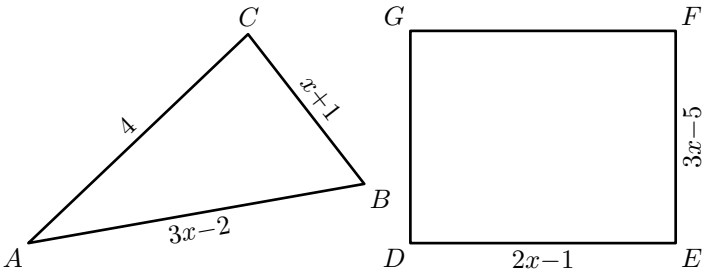
Exercice 4075

Le chocolatier a vendu 315 boites dans la semaine. Chaque boite contient 19 chocolats. Une boîte vide coûte $200\,F$.

1. En supposant qu'un chocolat coûte $100\,F$.
   a. Calculer le prix d'une boîte de chocolats ?
   b. En déduire combien rapporte la vente des 315 boîtes durant la semaine ?
2. Quel devrait être le prix d'un chocolat si le chocolatier voulait vendre sa boîte $2\,290\,F$?

Exercice 5248

On considère les deux figures géométriques ci-dessous :



Ecrire l'équation, en fonction de x, caractérisant la situation suivante :

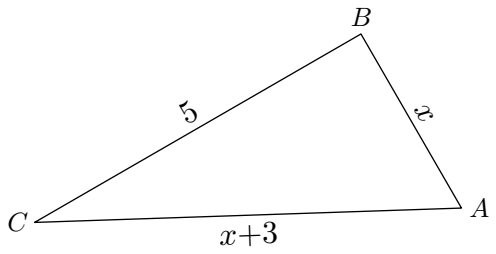
"Le triangle ABC et le rectangle $DEFG$ ont le même périmètre"

Exercice 5252

On considère le triangle ABC représenté ci-desous dont les

 BY-NC

mesures de ses côtés dépendent d'une valeur x indéterminée :



Parmi les trois propositions ci-dessous, de quelle équation, x doit-il être une solution afin que le triangle ABC soit rectangle en B

a. $25=x^2+(x+3)^2$ b. $(x+3)^2=25+x^2$ c. $x+3=x+5$

3. Equation premier degré :

Exercice 5257

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a. $3x-5=3+2x$ b. $2-x=x+5$

c. $6x+7=x-13$ d. $1+x=-2x+4$

Exercice 2373

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a. $3x+2=x+6$ b. $5x+2=3x+9$

c. $2x-4=5x+3$ d. $7x+2=-3x+1$

Exercice 5255

On considère les deux programmes de calcul ci-dessous :

Programme A :
- Choisir un nombre ;
- Le Multiplier par 3 ;
- Soustraire 4 ;
- Ecrire le résultat final.

Programme B :
- Choisir un nombre ;
- Y ajouter 3 ;
- Le multiplier par -2 ;
- Ecrire le résultat final.

1. Soit x le nombre à choisir afin que ces deux programmes de calcul affichent le même résultat. Ecrire l'équation vérifiée par le nombre x.
2. Résoudre l'équation précédente.

Exercice 812

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

a. $2(x+5)=3(2x-2)$ b. $2(x-2)-4(1-x)=4$

c. $3(x-2)+4=2-x$ d. $5(x+1)=3(3-x)$

4. Equation se ramenant à une équation du premier degré :

Exercice 821

Résoudre les équations suivantes :

a. $2\times(x+4)-3\times(4-x)=0$

b. $(2x-1)(x+1)+(x-4)(3-2x)=5$

c. $(x+1)^2=(x-1)^2$

Exercice 5258

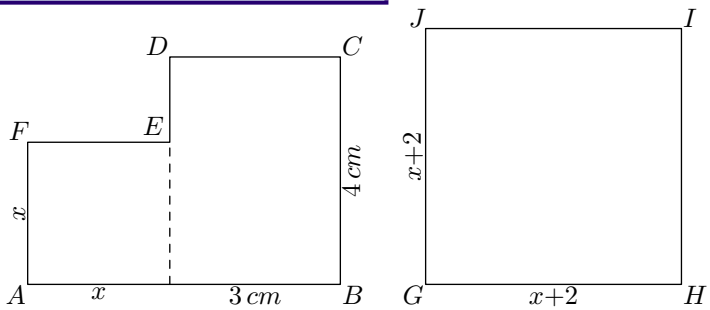
Résoudre les équations suivantes :

a. $x^2-3x+5=x^2+4x+19$ b. $(x+1)^2=x^2-3x+5$

c. $(2x+1)(8x-1)=(4x-1)^2$ d. $x^2-25=(x+5)^2$

Exercice 5261

On considère les deux polygônes représentés ci-dessous :



où x est une mesure indéterminée mesuré en centimètre et où :

- Le polygone $ABCDEF$ est constituée d'un carré de côté x et d'un rectangle de dimensions $4\,cm$ et $3\,cm$.
- Le polygone $GHIJ$ est un carré de côté $x+2$.

1. Exprimer les aires des polygones $ABCDEF$ et $GHIJ$ en fonction de x.
2. Déterminer la valeur de x afin que les polygones $ABCDEF$ et $GHIJ$ ont la même aire.

5. Equation produit :

 BY-NC

Exercice 5266

1. Quels couples de nombres ont un produit égal à 0 *(on dit un produit nul)* ?

$(5\,;-5)$; $(2\,;0)$; $\left(3\,;\frac{1}{3}\right)$; $\left(2\,;-\frac{1}{2}\right)$

$\left(0\,;\frac{1}{2}\right)$; $(0\,;-3)$; $(3\,;-3)$

2. Quelle condition doit vérifier deux nombres a et b afin que leur produit soit nul ? C'est à dire pour qu'ils vérifient :
$a\times b=0$

Exercice 5262

Résoudre les équations suivantes :

a. $(2x-1)(3x+1)=0$
b. $(x-2)(2x+4)=0$
c. $(3-2x)x=0$
d. $(5x+1)(5+x)=0$

Exercice 5329

Résoudre les équations ci-dessous. Pour cela, utiliser une factorisation pour obtenir une équation produit nulle.

a. $4x^2+12x+9=0$
b. $x^2-10x+25=0$
c. $4x^2-9=0$
d. $10x^2+30x+30=x^2+5$
e. $x^2+1=2x$
f. $16x^2+4x+3=4x+7$

Exercice 5330

Résoudre les équations ci-dessous. Pour cela, utiliser une factorisation pour obtenir une équation produit nulle.

a. $(3x-2)(x+1)+(3x-2)(2-3x)=0$
b. $(x+1)(2-x)-(x+1)(2x+5)=0$
c. $(5x+1)(x-2)=(5x+1)^2$
d. $(3-2x)(x+1)=3(3-2x)$

Exercice 822

1. Résoudre les équations-produits suivantes :

a. $(3x+6)(2x+1)=0$
b. $(x+1)(2-x)=0$
c. $x(1-x)=0$

2. Modifier les équations proposées afin d'obtenir des produits nuls, puis les résoudre :

a. $(3x+1)(x-1)-(x-1)^2=0$
b. $(2x-1)^2=(2x-1)(4x+7)$
c. $9x^2-(x+1)^2=0$

Exercice 832

Modifier les équations proposées afin d'obtenir des équations-produits nulles, puis les résoudre :

a. $81x^2-18x=-1$
b. $25x^2-9=0$
c. $(2x+1)^2=(2x+1)(3x-1)$
d. $16x^2+24x+9=(3x-2)^2$

Exercice 2333

On donne l'expression : $E=(x-5)^2+(x-5)(2x+1)$

1. Pour calculer la valeur exacte de E lorsque $x=\sqrt{3}$, Marc a choisi de développer E.
   a. Quelle expression obtient-il ?
   b. Calculer la valeur exacte de E lorsque $x=\sqrt{3}$.
   c. Marc a-t-il eu raison de développer E ? Pourquoi ?
2. a. Léa a trouvé mentalement une solution de l'équation $E=0$. A votre avis, laquelle ?
   b. Pour trouver l'autre solution, Léa choisit de factoriser E. Montrer que : $E=(x-5)(3x-4)$.
   c. Donner, alors la seconde solution de l'équation $E=0$.
3. Lorsque $x=\frac{1}{9}$, choisir la forme de E qui vous paraît la plus adaptée pour calculer la valeur exacte de E sous forme de fraction irréductible. Faire ce calcul.

Exercice 3376

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Anatole affirme :

> "Pour tout nombre entier naturel n, l'expression $n^2-24n+144$ est toujours différente de zéro."

A-t-il raison ?

Exercice 5353

On considère les deux programmes de calculs suivants

Programme A :
- Choisir un nombre ;
- le multiplier par 2 ;
- ajouter 3 ;
- élever au carré.

Programme B :
- Choisir un nombre ;
- multiplier par 16 ;
- ajouter 8.

1. Donner la valeur de sortie de ces deux programmes de calcul lorsque la valeur de départ est 2.
2. Quel nombre doit-on choisir pour que les deux programmes aient la même valeur de sortie.

Exercice 5354

Résoudre les équations suivantes :

a. $2x^2-5x=0$
b. $(2-3x)(x+4)-(2-3x)(x+2)=0$
c. $(x-2)(2x+1)=(x-2)^2$

6. Equation résolution au choix :

BY-NC

Exercice 825

En utilisant la méthode de votre choix, résolvez les équations suivantes :

a. $3x^2 + x = 0$

b. $9x^2 + 6x + 1 = 0$

c. $(3x+1)^2 = (3x+1)$

d. $(x+1)^2 - (2x-1)^2 = 0$

e. $\dfrac{2x+1}{6} - \dfrac{1-x}{2} = x$

f. $x^2 + 2x = -1$

g. $(2x+1)(3x+4) - (3x+1)(2x+4) = 0$

Exercice 3756

1. On pose $H = (x-4)^2 - x\cdot(x-10)$
   a. Développer et réduire H.
   b. Résoudre l'équation $H = 16$.
2. On pose $I = (7x-3)^2 - 5^2$.
   a. Factoriser I.
   b. Résoudre l'équation $I = 0$.

7. Développer, factoriser, résoudre :

Exercice 814

Soit l'expression : $E=(x+1)^2+(x+1)(2x-3)$

1. Développer puis réduire l'expression E.
2. Factoriser l'expression E.
3. Résoudre l'équation : $(x+1)(3x-2)=0$

Exercice 827

Soit l'expression $E = (5x-2)^2 - (x-7)(5x-2)$

1. Développer et réduire E.
2. Calculer la valeur numérique de E pour $x = -1$
3. Factoriser E
4. Résoudre l'équation $(5x-2)(4x+5) = 0$

Exercice 839

Soit l'expression $D = (2x-3)(3x-1) + (2x-3)^2$

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Calculer D pour $x = \sqrt{2}$, écrire la réponse sous la forme $a - b\sqrt{c}$ *(a, b et c entiers).*
4. Résoudre l'équation $(2x-3)(5x-4) = 0$

Exercice 834

On considère l'expression : $E = (3x-1)(x+5) - (3x-1)^2$

1. Développer et réduire E
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation : $(3x-1)(-2x+6) = 0$

Exercice 836

Développer et réduiser les expressions suivantes :

a. $(x+1)^2$

b. $(2-\sqrt{2}x)(2+\sqrt{2}x)$

Factoriser les expressions suivantes :

c. $9x^2 - 12x + 4$

d. $2x^2 - 1$

Résoudre l'équation suivante :

e. $(x-1)(2x+5) = 0$

Exercice 2509

On considère l'expression : $A=(x-3)(x+3)-2(x-3)$

1. Factoriser A.
2. Développer et réduire A.
3. En choisissant l'expression de A la plus adaptée parmi celles trouvées aux questions précédentes, déterminer la valeur de A pour $x=-1$ et pour $x=0$.
4. Résoudre l'équation : $(x-3)(x+1)=0$

Exercice 816

On considère l'expression E :

$E = (2x+1)^2 - 4$

1. Développer et réduire l'expression E.
2. Factoriser l'expression E sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Résoudre l'équation : $(2x+3)(2x-1) = 0$.
4. Calculer E lorsque x vaut $-\dfrac{3}{2}$, puis lorsque x vaut 0.

Exercice 838

1. On considère l'expression : $E=(x-3)^2-(x-1)(x-2)$
   a. Développer et réduire E.
   b. Comment peut-on en déduire, sans calculatrice, le résultat de : $99\,997^2-99\,999\times99\,998$
2. a. Factoriser l'expression :
   $F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6)$
   b. Résoudre l'équation : $(4x+1)(7-3x)=0$

Exercice 4054

1. On considère l'expression : $A=9x^2-1+(3x-1)(2x+1)$
   a. Déterminer la forme développée et réduite de l'expression A.
   b. Factoriser l'expression $9x^2-1$.
   En déduire la forme factorisée de l'expression A.
   c. Résoudre l'équation : $(3x-1)(5x+2)=0$
   d. Evaluer l'expression A pour les deux valeurs de x sui-

 BY-NC

vantes :

$x=-3$; $x=\sqrt{3}$

2. On considère l'expression B définie par :

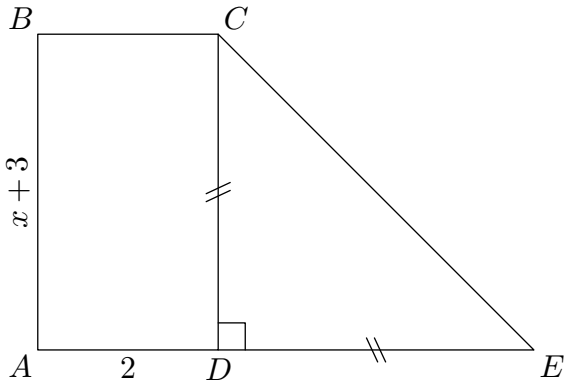
$$B=(3x-2)(5x+3)+2x+4$$

Justifier que les deux expressions A et B sont égales.

8. Mise en équation d'équations produits :

Exercice 5264

On considère la figure ci-dessous composée du rectangle $ABCD$ et du triangle CDE rectangle isocèle en D :



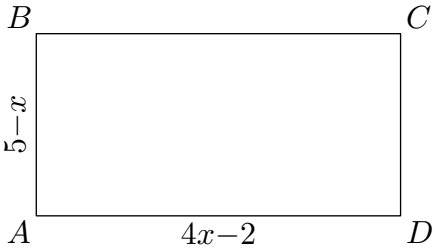
Les dimensions sont indiqués sur la figure où x est un nombre positif.

Déterminer les valeurs possibles de x afin que l'aire du rectangle $ABCD$ soit égale à l'aire du triangle CDE.

Toute trace de recherche, même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 5263

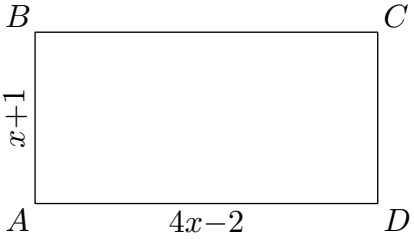
On considère le rectangle $ABCD$ représenté ci-contre dont les dimensions, dépendant d'une valeur indéterminée x, sont $5-x$ et $4x-2$ exprimées en centimètre.



Déterminer les valeurs possibles de x afin que l'aire de $ABCD$, exprimé en cm^2, soit égale au périmètre de $ABDC$, exprimé en cm.

Exercice 5265

On considère le rectangle $ABCD$ représenté ci-dessous :
dont les dimensions, dépendant d'une valeur indéterminée x, sont $x+1$ et $4x-2$ exprimées en centimètre.



Le nombre x doit être supérieur à $\frac{1}{2}$.

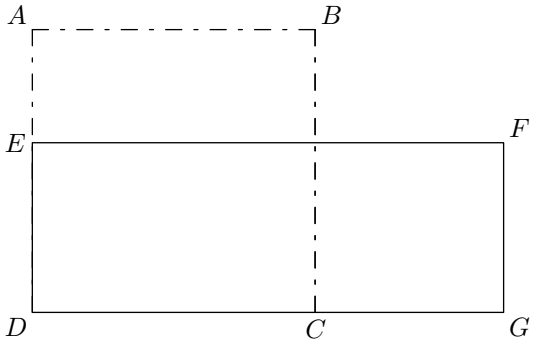
Déterminer les valeurs possibles de x afin que l'aire de $ABCD$, exprimé en cm^2, soit égale au périmètre de $ABDC$, exprimé en cm.

9. Exercices non-classés :

Exercice 5697

Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré $ABCD$ et d'un rectangle $DEFG$.
E est un point du segment $[AD]$. C est un point du segment $[DG]$.
Dans cette figure la longueur AB peut varier mais on a toujours :

$AE=15\,cm$; $CG=25\,cm$



Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré $ABCD$ soit égale à l'aire du rectangle $DEFG$?
Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 5699

On propose le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Soustraire 6.
- Calculer le carré du résultat obtenu.

Quel nombre pourrait-on choisir pour que le résultat du programme soit le nombre 144 ? Justifier la réponse.

(Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte pour l'évaluation).

Exercice 6055

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1.
- Calculer le carré de cette somme.
- Enlever 16 au résultat obtenu.

1. a. Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 4, on obtient comme résultat 9.

   b. Lorsque le nombre de départ est (-1), quel résultat

 BY-NC

obtient-on ?

On appelle P cette expression.

c. Vérifier que $P = x^2 + 2x - 15$

2. a. Vérifier que $(x-3)(x+5) = P$.

b. Quel nombres peut-on choisir au départ pour que le résultat final soit 0 ? Justifier votre réponse.

Exercice 6313

On considère ces deux programmes de calcul :

Programme A :

Choisir un nombre.
Soustraire 0,5.
Multiplier le résultat par le double du nombre choisi au départ.

Programme B :

Choisir un nombre.
Calculer son carré.
Multiplier le résultat par 2.
Soustraire à ce nouveau résultat le nombre choisi au départ.

1. a. Montrer que si on applique le programme A au nombre 10, le résultat est 190.

b. Appliquer le programme B au nombre 10.

2. On a utilisé un tableur pour calculer des résultats de ces deux programmes. Voici ce qu'on a obtenu :

	A	B	C
1	Nombre choisi	Programme A	Programme B
2	1	1	1
3	2	6	6
4	3	15	15
5	4	28	28
6	5	45	45
7	6	66	66

a. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule $C2$ puis recopiée vers le bas ?

b. Quelle conjecture peut-on faire à la lecture de ce tableau ?

c. Prouver cette conjecture.

3. Quels sont les deux nombres à choisir au départ pour obtenir 0 à l'issue de ces programmes ?

 BY-NC